# 数学公式集

v2.6 Jan.2020　　　番号:____________　　　氏名:____________

**1. 直角三角形の性質**

直角三角形の斜辺を $a$，底辺を $b$，高さを $c$ とするとき，

$a^2 = b^2 + c^2$，　三平方の定理（ピタゴラスの定理）　(1)

$\cos\theta = \dfrac{b}{a}$，　余弦　　$\sin\theta = \dfrac{c}{a}$，　正弦　(2)

$\tan\theta = \dfrac{c}{b} = \dfrac{c/a}{b/a} = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$，　正接　(3)

**2. 円周と面積と体積**

$L = 2\pi r$，　円周　　$L_\theta = r\theta$，　円弧　　$S = \pi r^2$，　円の面積　(4)

$S = 2\pi rh + 2\pi r^2$，　円柱の表面積　　$V = \pi r^2 h$，　円柱の体積　(5)

$S = 4\pi r^2$，　球の表面積　　$V = \dfrac{4\pi r^3}{3}$，　球の体積　(6)

**3. 解の公式**

$ax^2 + bx + c = 0$　のとき，　$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$　(7)

**4. 大きさと位相角**

$|a| = a\ (a > 0),\ -a\ (a < 0)$　　又は　$\sqrt{a^2}$　でも可　(8)

$|a + jb| = \sqrt{a^2 + b^2}$，　$\theta = \tan^{-1}\dfrac{b}{a}$　(9)

ただし，$j$ は虚数単位

**5. 有理化**

$\mathrm{Re}\left[\dfrac{1}{a + jb}\right] = \dfrac{a}{a^2 + b^2}$，　$\mathrm{Im}\left[\dfrac{1}{a + jb}\right] = \dfrac{-b}{a^2 + b^2}$，　(10)

ただし，$j$ は虚数単位

**6. 微分公式**

$c$ を定数，$f$, $g$ ともに $x$ の関数とすると，

$\dfrac{d}{dx}(cf) = c\dfrac{df}{dx}$，　定数倍の微分　(11)

$\dfrac{d}{dx}(f \pm g) = \dfrac{df}{dx} \pm \dfrac{dg}{dx}$，　和と差の微分　(12)

$\dfrac{d}{dx}(fg) = g\dfrac{df}{dx} + f\dfrac{dg}{dx}$，　合成関数の微分（積の微分）　(13)

$\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{f}{g}\right) = \dfrac{g\frac{df}{dx} - f\frac{dg}{dx}}{g^2}$，　合成関数の微分（商の微分）　(14)

$\dfrac{df(x)}{dx} = \dfrac{df(x)}{dX}\dfrac{dX}{dx}$，　置換微分　(15)

**7. 積分公式**

$\displaystyle\int x^p\,dx = \frac{1}{p+1}x^{p+1} + C$　where　$p \neq -1$,　(16)

$\displaystyle\int \frac{1}{x}\,dx = \log|x| + C = \ln|x| + C$,　(17)

$\displaystyle\int \cos x\,dx = \sin x + C$,　(18)

$\displaystyle\int \sin x\,dx = -\cos x + C$,　(19)

$\displaystyle\int e^x\,dx = e^x + C$，　ただし，$C$ は積分定数　(20)

$\displaystyle\int f(x)g'(x)\,dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$，　積の積分　(21)

**8. 関数の極大と極小**

$f'(a) = 0$, かつ $f''(a) > 0 \Rightarrow f(x)$ は $x = a$ で極小　(22)

$f'(a) = 0$, かつ $f''(a) < 0 \Rightarrow f(x)$ は $x = a$ で極大　(23)

**9. テイラー展開**

$f(x) = f(0) + f'(0)x + \dfrac{f''(0)}{2!}x^2 + \dfrac{f'''(0)}{3!}x^3 + \cdots$　(24)

**10. 関数の一次近似**

$f(x + \Delta x) = f(x) + f'(x)\Delta x$　(25)

$f(x + \Delta x, y + \Delta y) = f(x, y) + \dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}\Delta x + \dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y}\Delta y$　(26)

**11. 加法定理**

$\cos(\theta_1 \pm \theta_2) = \cos\theta_1\cos\theta_2 \mp \sin\theta_1\sin\theta_2$　(27)

$\sin(\theta_1 \pm \theta_2) = \sin\theta_1\cos\theta_2 \pm \cos\theta_1\sin\theta_2$　(28)

**12. オイラーの公式**

$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$　(29)

**13. 三角関数と双曲線関数**

$\cos\theta = \dfrac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$，　　$\cosh\theta = \dfrac{e^{\theta} + e^{-\theta}}{2}$　(30)

$\sin\theta = \dfrac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$，　　$\sinh\theta = \dfrac{e^{\theta} - e^{-\theta}}{2}$　(31)

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$，　　$\tanh\theta = \dfrac{\sinh\theta}{\cosh\theta}$　(32)

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$，　　$\cosh^2\theta - \sinh^2\theta = 1$　(33)

**14. ベクトル解析**

$\vec{A} \bullet \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta = AB\cos\theta$，　内積 (スカラー積)　(34)

$\vec{A} \times \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta\odot = AB\sin\theta\odot$，　外積 (ベクトル積)　(35)

$\vec{B} \times \vec{A} = |\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta\otimes = AB\sin\theta\otimes$，　外積 (ベクトル積)　(36)

ただし，$\theta$ は $\vec{A}$ と $\vec{B}$ のなす角　$\odot, \otimes$ は紙面表裏の単位ベクトル

【単位ベクトルの内積（$\bullet$ は内積記号，$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ は単位ベクトル)】

$\hat{x} \bullet \hat{y} = 0$，　$\hat{y} \bullet \hat{z} = 0$，　$\hat{z} \bullet \hat{x} = 0$，　(37)

$\hat{y} \bullet \hat{x} = 0$，　$\hat{z} \bullet \hat{y} = 0$，　$\hat{x} \bullet \hat{z} = 0$，　(38)

$\hat{x} \bullet \hat{x} = 1$，　$\hat{y} \bullet \hat{y} = 1$，　$\hat{z} \bullet \hat{z} = 1$，　(39)

【単位ベクトルの外積（$\times$ は外積記号，$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ は単位ベクトル)】

$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$，　$\hat{y} \times \hat{z} = \hat{x}$，　$\hat{z} \times \hat{x} = \hat{y}$，　(40)

$\hat{y} \times \hat{x} = -\hat{z}$，　$\hat{z} \times \hat{y} = -\hat{x}$，　$\hat{x} \times \hat{z} = -\hat{y}$，　(41)

$\hat{x} \times \hat{x} = 0$，　$\hat{y} \times \hat{y} = 0$，　$\hat{z} \times \hat{z} = 0$，　(42)

**15. 微分演算子（ベクトルの微分）**

$\dfrac{d}{dx}$，　常微分演算子（独立変数が一つの場合）　(43)

$\dfrac{\partial}{\partial x}, \dfrac{\partial}{\partial y}$，　偏微分演算子（独立変数が二つ以上の場合）　(44)

$\hat{x}\dfrac{\partial}{\partial x} \equiv \nabla_x$，　1 次元ベクトル偏微分演算子　(45)

$\hat{x}\dfrac{\partial}{\partial x} + \hat{y}\dfrac{\partial}{\partial y} \equiv \nabla_t$，　2 次元ベクトル偏微分演算子　(46)

$\hat{x}\dfrac{\partial}{\partial x} + \hat{y}\dfrac{\partial}{\partial y} + \hat{z}\dfrac{\partial}{\partial z} \equiv \nabla$，　3 次元ベクトル偏微分演算子　(47)

ただし，$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ は単位ベクトル

**16. 積分演算子**

$\displaystyle\int dx$，　積分演算子　(48)

**17. ベクトルの積分**

$\displaystyle\oint_C \vec{A} \bullet d\vec{l}$，　線積分．　ただし, $\vec{A}$ は $C$ 上のベクトル　(49)

$\displaystyle\oint_S \vec{A} \bullet d\vec{s}$，　面積分．　ただし, $\vec{A}$ は $S$ 上のベクトル　(50)

$\displaystyle\int_S \left(\nabla \times \vec{A}\right) \bullet d\vec{s} = \oint_C \vec{A} \bullet d\vec{l}$，　ストークスの定理　(51)

$\displaystyle\int_V \nabla \bullet \vec{A}\,dv = \oint_S \vec{A} \bullet d\vec{s}$，　ガウスの発散定理　(52)

**18. 物理定数**

$m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg，　電子の静止質量　(53)

$e = 1.6 \times 10^{-19}$ C，　素電荷　(54)

$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m，　真空の誘電率　(55)

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m，　真空の透磁率　(56)

$c = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = 3 \times 10^8$ m/s，　光速　(57)

$\mathrm{e} = 2.718281828459041\cdots$，　ネイピア数　(58)

$\pi = 3.14159265359\cdots$，　円周率　(59)

$c_{\mathrm{water}} = 4.19$ J/g $\cdot$ K，　水の比熱（熱の仕事当量）　(60)

**19. 数の定義**[*1*2]

$\mathbf{N}$　(自然数 : natural number)　$1, 2, 3, \cdots$　(61)

$\mathbf{Z}$　(整数 : integer)　自然数 $\mathbf{N}$ + 零・負数　(62)

$\mathbf{Q}$　(有理数 : rational number)　整数 $\mathbf{Z}$ + 分数　(63)

$\mathbf{R}$　(実数 : real number)　有理数 $\mathbf{Q}$ + 無理数　(64)

$\mathbf{C}$　(複素数 : complex number)　実数 $\mathbf{R}$ + 虚数　(65)

$\mathbf{H}$　(4 元数 : quaternion)　複素数 $\mathbf{C}$ の拡張　(66)

---

[*1] 有理数（理にかなった数）とは，比または分数で表現できる数であり，$1/2 = 0.5 = 0.50000\cdots$, $1/6 = 0.16666\cdots$ などのように循環小数になる。

[*2] 無理数（理にかなわない数）とは，比または分数で表現できない数であり，$\sqrt{2} = 1.4142135623\cdots$ などのように循環小数にはならず無限小数となる。