

電位と電位差 (演習問題)

v3.1 Oct.2020

番号: _____ 氏名: _____

1. ◇ 1 個の電子が、電位差 1 V である 2 点間を電界によって移動したとき、電子が電界から得るエネルギーを求めよ (このエネルギーを 1 電子ボルトといい、1 eV と表す)。*1
2. ◇ 電位差 1000 V の空間を電子が静電力によって加速されて運動エネルギーに変化したとき、電子の速度を求めよ。*2
3. ◇ 一様な電界中で、0.5 C の点電荷を電界に逆向きに 4 cm 移動するのに要した仕事は 75 J であった。電荷が移動した 2 点間の電位差と電界の大きさを求めよ。*3
4. ◇ 1.8×10^6 C と -9×10^{-7} C の 2 個の点電荷が 15 cm 離れているとき、電界がゼロとなる位置とその点の電位を求めよ。*4
5. ◇ 点電荷 Q [C] からの距離がそれぞれ、 r_1, r_2 [m] である 2 点 P_1, P_2 間の電位差 V_{12} を求めよ。*5
6. ◇ 1 辺が a の正方形の各頂点に Q [C] の点電荷をおいたとき、正方形の中心の電位 V と電界 \vec{E} を求めよ。*6
7. ◇ xy 平面上の点 $O(0, 0)$, $A(a, 0)$, $B(0, a)$ にそれぞれ $2\sqrt{2}Q, Q, -Q$ の点電荷があるとき、点 $P(a, a)$ の電界の強さ E と電位 V を求めよ。*7
8. ◇ Q [C] の点電荷からの距離が r [m] の点の電位はいくらか。また、その点の電界 E_x, E_y, E_z を求めよ。ただし、 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ である。*8
9. ◇ 線電荷密度 λ [C/m] で一様に帯電させた長さ l の細い糸がある。この糸の midpoint から垂直に a [m] の位置の電位と電界を求めよ。ただし、次の積分公式を利用してよい。*9

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}} dx = \ln \left| x + \sqrt{a^2 + x^2} \right| + C$$

$$\int (a^2 + x^2)^{-\frac{3}{2}} dx = \frac{x}{a^2 \sqrt{a^2 + x^2}} + C$$
10. ◇ 面電荷密度 σ [C/m²] で一様に帯電させた半径 a [m] の薄い円板がある。円板中心軸上で距離 x [m] の位置の電位と電界を求めよ。*10
11. ◇ 半径 a の円環に電荷 Q [C] が一様に分布しているときの円環の中心軸上 x [m] の点 P の電位 V と電界 \vec{E} を求めよ。*11
12. 1 個の電子が電位差 1 V の 2 点 A-B 間を電界によって移動したとき、(1) 電子が電界から得るエネルギー W_e (される仕事) を求めよ。このエネルギーを 1 eV ; 1 電子ボルトと言う。(2) すべてが運動エネルギー W_k に変化したとき電子の速度 v を求めよ。*12
13. 電位差 $V = 1$ kV の空間で電子が加速され、すべてが運動エネルギー W_k [J] に変化したとき電子の速度 v を求めよ。また、この速度は光速 c の何パーセントに相当するか。*13
14. 電界 $E = 1$ kV の空間で Zn 粒子を光速の 10% 加速するにはどのくらいの距離 d が必要か。*14
15. 1.5×10^6 V/m の平等電界中におかれた電子の加速度はいくらか。また、加速された電子が真空中の光速の 1/10 までになる時間はいくらか。静止状態からこの時間までに飛行した距離はいくらか。*15
16. ♠ 導体表面に電荷密度 ρ_s [C/m²] で一様に帯電させた半径 a [m] の導体球殻がある。球内外の電位と電界を求めよ。*16
17. ♠ 電荷密度 ρ [C/m³] で一様に帯電させた半径 b , 高さ $2a$ の円筒形状をした帯電雲 (雷雲) がある。雷雲底部から地表までの距離は c である。(a) 円筒の中心を原点としたとき、円筒軸上で $z = -h$ の位置の電界を求めよ。 $\rho_v = 10^{-9}$ C/m³, $b = 1,000$ m, $2a = 4,000$ m, $c = 1,000$ m のとき、(b) 地表における電界ならびに雷雲の底部における電界を求めよ。*17

*1 答え : 150 V/m

*2 答え : 1.88×10^7 m/s

*3 答え : 150 V, 3750 V/m

*4 答え : 負の電荷の外側 36.2 cm の位置, 9.26×10^3 V

*5 答え : $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$ [V]

*6 答え : $\frac{Q}{\pi\epsilon_0} \frac{\sqrt{2}}{a}$ [V], 0 [V/m]

*7 答え : $\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 a^2} \hat{y}$ [V/m], $\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 a}$ [V]

*8 答え : $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ [V], $E_x = \frac{Qx}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$ [V/m], $E_y = \frac{Qy}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$ [V/m], $E_z = \frac{Qz}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$ [V/m]

*9 答え : $V = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{l^2 + 4a^2} + l}{2a}$ [V], $E = \frac{\lambda l}{2\pi\epsilon_0 a \sqrt{l^2 + 4a^2}}$ [V/m]

*10 答え : $V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{x^2 + a^2} - x)$ [V], $E_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} \right)$ [V/m]

*11 答え : $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + a^2}}$ [V], $\vec{E} = -\nabla V = \frac{Qx}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + a^2)^{3/2}} \hat{x}$ [V/m]

*12 答え : (1) 1.602×10^{-19} J, (2) 5.93×10^5 m/s

*13 答え : 1.875×10^7 m/s, 6.3 %

*14 答え : 略

*15 答え : 2.6×10^{17} m/s², 0.115×10^{-9} s, 1.72×10^{-3} m

*16 答え : $V = \frac{\rho_s a^2}{\epsilon_0 x} = \frac{\rho_s 4\pi a^2}{4\pi\epsilon_0 x} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 x}$ ($x > a$), $\frac{\rho_s a}{\epsilon_0}$ ($x < a$),
 $\vec{E} = \hat{x} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$ ($x > a$), $\vec{E} = 0$ ($x < a$)

*17 答え : $\vec{E} = -\hat{z} \frac{\rho}{2\epsilon_0} \left(2a + \sqrt{b^2 + (b-a)^2} - \sqrt{b^2 + (b+a)^2} \right)$ [N/C],
 $-\hat{z} 17,799.53$ N/C, $-\hat{z} 49,519.67$ N/C