ガウスの法則 (演習問題)

v2.3 Nov.2020　　番号:＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名:＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1. ♢ ある閉曲面から出ていく電気力線の数が 1500 本で，入り込む電気力線の数が 2500 本であるとき，この閉曲面内に含まれる総電荷は幾らか。[*1]

2. ♢ 面積 400 cm^2，間隔 1 cm の平行導体板に 100 V の電圧を加えたとき，導体板の間の電界の大きさと導体表面に現れる電気量を求めよ。[*2]

3. ♣ 半径 a [m] の球の表面に電荷 Q [C] が一様に分布しているとき，任意の点の電界を求めよ。また，球表面の電位を求めよ。[*3]

4. ♣ 無限に長い円筒表面に電荷が一様に分布している。線電荷密度を λ [C/m] とするとき，任意の点の電界と電位を求めよ。[*4]

5. ♡ 半径 a [m] の無限に長い円筒表面に電荷が一様に分布している。線電荷密度を λ [C/m] とするとき，任意の点の電界を求めよ。[*5]

6. ♢ 半径 a [m] の球内部を電荷密度 ρ [$\mathrm{C/m}^3$] で一様に帯電させたとき，球内外の電界と電位を求めよ。[*6]

7. ♡ 実験によると，大気中では電界は大地に対し垂直に向かっている。ある地域において，地上 300 m の電界強度は 60 V/m で，地上 200 m では 100 V/m であった。地上 300 m と 200 m の間に一辺が 100 m の立方体を考えたとき，その立方体に含まれる正味の電荷はいくらか。[*7]

8. 厚みの無視できる無限平面に電荷が一様に分布している。面電荷密度を σ [$\mathrm{C/m}^2$] とするとき，任意の点の電界を求めよ。[*8]

9. 導体表面に電荷が面電荷密度 σ [$\mathrm{C/m}^2$] で分布しているとき，導体表面の電界を求めよ。[*9]

10. 面積 S [m^2]，間隔 d [m] の平行平板導体がある。両導体間に V [V] を加えたとき，導体表面の電界を求めよ。[*10]

11. 内導体の半径が a [m]，外導体の内半径が b [m] の同心導体球がある。両導体間に V [V] を加えたとき，内導体表面の電界を求めよ。[*11]

12. ベクトル形の真空中のガウスの法則からスカラー形のガウスの法則を導出せよ。ただし，$\vec{E} = E_t\hat{t} + E_n\hat{n}$ とし，$\hat{t}$ は積分面 S 上の接線方向単位ベクトル，$\hat{n}$ は積分面 S 上の外向き法線単位ベクトルとする。[*12]

[*1] 答え：-8.85×10^{-9} C

[*2] 答え：10^4 V/m, 3.54×10^{-9} C

[*3] 答え：$E = 0$ [V/m] $(r < a)$, $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$ [V/m] $(r > a)$, $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}$ [V] $(r = a)$

[*4] 答え：$E = \frac{\lambda}{2\pi r\varepsilon_0}$ [V/m], $V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{\infty}{r}$ [V]，この場合は電位差のみが意味を持つので，$r < c$ とすると $V_{r_c} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{c}{r}$ [V]

[*5] 答え：$E = 0$ [V/m] $(r < a)$, $E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{r}$ [V/m] $(r > a)$

[*6] 答え：$E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$ [V/m], $V = \frac{\rho(3a^2 - r^2)}{6\varepsilon_0}$ [V] $(r < a)$, $E = \frac{\rho a^3}{3\varepsilon_0 r^2}$ [V/m], $V = \frac{\rho a^3}{3\varepsilon_0 r}$ [V] $(r > a)$

[*7] 答え：$Q = 3.54 \times 10^{-6}$ C

[*8] 答え：$E = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{x}$ [V/m] $(x < a)$, $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{x}$ [V/m] $(x > a)$

[*9] 答え：$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ [V/m]

[*10] 答え：$E = \frac{V}{d}$ [V/m]

[*11] 答え：$E = \frac{V}{1/a - 1/b}\frac{1}{a^2}$ [V/m]

[*12] 答え：$\oint_S \vec{E} \bullet d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0}, \rightarrow \oint_S (E_t\hat{t} + E_n\hat{n}) \bullet ds\hat{n} = \frac{Q}{\varepsilon_0}, \rightarrow \oint_S E_n ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$