

電気双極子 (演習問題)

v1.6 Nov.2021

番号: _____ 氏名: _____

- ◇ z 軸方向を向いた電気双極子がある。電界の z 軸方向成分がゼロとなる角度を求めよ。^{*1}
- ♡ 半径 r の球面がある。球の中心を頂点とする錐体が球面を切り取る面積を S [m²] とすると、立体角は次式で定義される。

$$\omega = \frac{S}{r^2} \quad (1)$$
 半球, 球の立体角はいくらか。^{*2}
- ♡ 円錐形の立体角 ω は、円錐の中心軸と円錐母線とのなす角 θ に対して次式となることを示せ。^{*3}

$$\omega = 2\pi(1 - \cos\theta) \quad (2)$$
- ♡ 原点 O を中心に正負に減衰して変化する電位 ϕ がある。ここで、 $x = \delta/2$ [m] で $\phi = \phi_0$ [V], $x = -\delta/2$ [m] で $\phi = -\phi_0$ [V] である。この電位は正負の電荷が相対した電気二重層によるものである。この電気二重層の強さを求めよ。^{*4}
- ♣ $+\sigma, -\sigma$ [C/m²] の等量で異符号の面電荷が半径 a [m] の円板の表, 裏に微小間隔 δ [m] で一様に分布しているとき、中心軸上で中心から x [m] の距離にある点 P の電位と電界を求めよ。^{*5}

6. 原点に $+Q$ [C] の電荷が置かれている。原点から r [m] の位置の電位と電界を求めよ。^{*6}
7. z 軸上で $+l/2$ [m] の位置に $+Q$ [C], $-l/2$ [m] の位置に $-Q$ [C] の電荷が配置されている。(1) 電荷間に働くクーロン力を求めよ。(2) 観測点 P の座標を (r, θ, φ) とするとき、 P 点の電位と電界を求めよ。ただし、 $+Q$ [C] から P 点までの距離を r_1 , $-Q$ [C] から P 点までの距離を r_2 とすると、 $r \gg l$ では次の近似式が成立するものとする。

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \simeq \frac{l}{r^2} \cos\theta$$
 (3) 電位が常にゼロになる場所を求めよ。^{*7}
8. 図1に示すように電荷 $\pm Q$ [C] で長さ l [m] の電気双極子が x 軸から θ 傾斜して配置されている。この電気双極子に外部から一様な電界 $\vec{E} = E\hat{x}$ [V/m] を加えたとき、(1) 双極子の中心に働くトルク \vec{N} を求めよ。(2) 電気双極子モーメント \vec{p} を求めよ。^{*8}

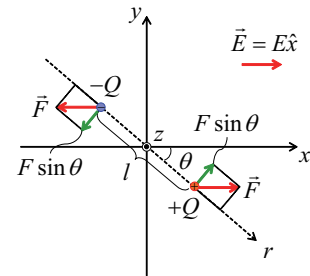


図1 電気双極子とトルク

*1 答え: $\pm 54.7^\circ, \pm 125^\circ$

*2 答え: $2\pi, 4\pi$

*3 答え: 略

*4 答え: $p'_e = 2\phi_0\epsilon_0$ [C/m]

*5 答え: $V = \frac{\sigma\delta}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}\right)$ [V], $E = \frac{\sigma\delta}{2\epsilon_0} \frac{a^2}{(x^2+a^2)^{3/2}}$ [V/m]

*6 答え: $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ [V], $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ [V/m]

*7 答え: (1) $\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 l^2}$ [N] の吸引力, (2) $V = \frac{Ql}{4\pi\epsilon_0} \frac{\cos\theta}{r^2}$, $E_r = \frac{Ql}{2\pi\epsilon_0} \frac{\cos\theta}{r^3}$, $E_\theta = \frac{Ql}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sin\theta}{r^3}$, $E_\varphi = 0$, (3) $\theta = 90^\circ$ または、 $z = 0$ のときの xy 面

*8 答え: $Ql \times \vec{E}$ [Nm], $Q\vec{l}$ [Cm]