イメージ法 (演習問題)

v1.3 Nov.2020　　番号:＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名:＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1. ♣ xy 平面内で y 軸上に置かれた無限平面導体がある。x 軸上で距離 d [m] の位置に $+Q$ [C] の点電荷を配置したとき，導体表面の電界と面電荷密度 σ [C/m^2] を求めよ。また，導体表面と点電荷の間に働く力の大きさと種類（吸引力か反発力）を求めよ。[*1]

2. ♣ 接地した半径 a [m] の導体球の中心から距離 d [m] 離れた位置に点電荷 $+Q$ [C] を配置した。イメージ電荷 Q' の大きさと位置を求めよ。[*2]

3. ♢ 接地された半径 a [m] の導体球の中心から d [m] 離れた点 $(a < d)$ に点電荷 Q [C] があるとき，(1) 点電荷に働くクーロン力，(2) 導体表面上の電荷密度の最大値と最小値 を求めよ。[*3]

4. ♣ ♡ 絶縁された半径 a [m] の導体球の中心から d [m] 離れえた点 $(a < d)$ に点電荷 Q [C] を置いたとき，導体球の電位を求めよ。[*4]

5. ♡ 点電荷 $-q$ [C] と q' [C] がそれぞれ x 軸上と原点 O に距離 d [m] だけ離れれて置かれている。$0 < q' < q$ のとき，二つの点電荷による電位がゼロとなる等電位面は球面であることを示せ。また，球面の中心（原点からの距離 d' [m]）と半径 R [m] を求めよ。[*5]

6. ♠ 帯電していない非接地の半径 a [m] の導体球の中心から距離 d [m] 離れた位置に点電荷 $+Q$ [C] を配置した。第 1 イメージ電荷 Q' の大きさと位置および，第 2 イメージ電荷 Q'' の大きさと位置を求めよ。さらに，このときの導体球の電位を求めよ。[*6]

[*1] 答え:$E_x = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{x-d}{r_1^3} - \frac{x+d}{r_2^3}\right)$ [V/m], $E_y = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{y}{r_1^3} - \frac{y}{r_2^3}\right)$ [V/m], $\frac{-Qd}{2\pi(y^2+d^2)^{3/2}}$ [C/m^2], $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{(2d)^2}$ [N]，吸引力

[*2] 答え：$-Q\frac{a}{d}$ [C], 導体球の中心から点電荷 Q の方向へ $\frac{a^2}{d}$ [m]

[*3] 答え：$\frac{adQ^2}{4\pi\varepsilon_0(d^2-a^2)^2}$, 吸引力,
$\sigma_{\max} = -\frac{d+a}{4\pi a(d-a)^2}Q$ [C/m^2], $\sigma_{\min} = -\frac{d-a}{4\pi a(d+a)^2}Q$ [C/m^2]

[*4] 答え：$V = \frac{Q''}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 d}$ [V]

[*5] 答え：略（演習書解答を参照）

[*6] 答え：$Q' = -Q\frac{a}{d}$ [C], 導体球の中心から点電荷 Q の方向へ $\frac{a^2}{d}$ [m], $Q'' = +Q\frac{a}{d}$ [C], 球の中心，$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 d}$ [V]