

# 静電容量の導出 (演習問題)

v2.1 Nov.2020

番号: \_\_\_\_\_ 氏名: \_\_\_\_\_

1. ♣ 内球の半径が  $a$  [m], 外導体の内半径が  $b$  [m], 外半径が  $c$  [m] からなる同心導体球の静電容量を求めよ。<sup>\*1</sup>
2. ♣ 内部の円筒導体の半径が  $a$  [m], 外部の円筒導体の内半径が  $b$  [m] の無限長同軸円筒導体の単位長さ当たりの静電容量を求めよ。<sup>\*2</sup>
3. ♣ 半径  $a$  [m], 中心間隔  $d$  [m] の 2 本の導体からなる無限長平行導線がある。 $a \ll d$  のとき, この平行導線の単位長さあたりの静電容量を求めよ。<sup>\*3</sup>
4. ◇ 面積  $S$  [m<sup>2</sup>] の平行導体板が間隔  $d$  [m] で相対している。上側導体に  $+Q$  [C], 下側導体に  $-Q$  [C] の電荷を与えたとき, この平行平板の静電容量を求めよ。ただし,  $d$  は十分小さいものとし, 導体板の端部の電界の乱れは無視できるものとする。また,  $S = 100 \text{ cm}^2$ ,  $d = 5 \text{ mm}$  のときの静電容量は幾らか。<sup>\*4</sup>
5. ◇ 直径 10 cm の導体球の静電容量を求めよ。<sup>\*5</sup>
6. ◇ 地球を半径 6370 km の導体球とみなして, その静電容量を求めよ。<sup>\*6</sup>
7. ◇ 内導体球の半径が  $a$  [m], 外導体球殻の内半径が  $b$  [m], 外導体球殻の外半径が  $c$  [m] の同心球導体がある。(1) 外球を接地したとき静電容量を求めよ。(2)  $b \rightarrow \infty$  の場合の静電容量は幾らか。(3)  $a = 10 \text{ cm}$ ,  $b = 20 \text{ cm}$  の場合と  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 15 \text{ cm}$  の場合の静電容量はそれぞれ幾らか。(4) 外球の接地を外し, 内球を接地した場合の静電容量は幾らか。(5) 内球と外球を両方とも接地しないとき, 内球と接地面との静電容量は幾らか。<sup>\*7</sup>
8. ◇ 内部の円筒導体の半径が  $a$  [m], 外部の円筒導体の内半径が  $b$  [m] の無限長同軸円筒導体がある。(1) 単位長さ当たりの静電容量を求めよ。(2)  $a = 10 \text{ cm}$ ,  $b = 20 \text{ cm}$  の場合の静電容量を求めよ。(3)  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 15 \text{ cm}$  の場合の静電容量を求めよ。<sup>\*8</sup>
9. ♡ 平面大地上  $h$  [m] の高さにおかれた半径  $a$  [m] の無限長円柱導体の単位長さあたりの大地間静電容量を求めよ。ただし, 地面を完全導体とみなし,  $h \gg a$  とする。<sup>\*9</sup>
10. ♠ スイッチ SW を閉じて, 電圧  $V$  [V] で充電した容量  $C$  [F] のコンデンサーがある。コンデンサーの極板間隔は  $d$  [m] である。この状態を初期状態とする。(1) 初期状態から SW を閉じたまま極板間隔を 3 倍にした。その間に電源を通った電気量を求めよ。(2) 初期状態から SW を開いて極板間隔を 3 倍にした。コンデンサーの電圧を求めよ。<sup>\*10</sup>
11. 真空中に置かれた半径  $a$  [m] の導体球の静電容量を求めよ。また,  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $a = 6370 \text{ km}$  (地球半径と同じ) の場合の静電容量は幾らか。さらに, これらと同じ静電容量を得るのに必要な平行平板コンデンサーの極板面積は幾らか。ただし, 極板間隔を  $d = 1 \text{ mm}$  とせよ。(原, 理工系の基礎物理 電磁気学, p.62, 学術図書) <sup>\*11</sup>
12. 内球の半径が  $a$  [m], 外球の半径が  $b$  [m] の同心導体球の静電容量を求めよ。また,  $b = a + d$  のときの静電容量を求め,  $d \ll a$  のときの静電容量は, 同じ面積の平板の静電容量に等しいことを確認せよ。<sup>\*12</sup>

<sup>\*1</sup> 答え:  $\frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$  [F]

<sup>\*2</sup> 答え:  $\frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(b/a)}$  [F/m]

<sup>\*3</sup> 答え:  $\frac{\pi\epsilon_0}{\ln(d/a)}$  [F/m]

<sup>\*4</sup> 答え:  $\frac{\epsilon_0 S}{d}$  [F], 17.7 pF

<sup>\*5</sup> 5.56 pF =  $5.56 \times 10^{-9}$  F

<sup>\*6</sup> 708  $\mu$ F =  $7.08 \times 10^{-4}$  F

<sup>\*7</sup> 答え:  $\frac{4\pi\epsilon_0 ab}{b-a}$  [F],  $4\pi\epsilon_0 a$  [F], 22.2 pF, 8.33 pF ( $4\pi\epsilon_0 = \frac{1}{9 \times 10^9}$  で計算),  $\frac{4\pi\epsilon_0 ab}{b-a} + 4\pi\epsilon_0 c$  [F],  $\frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{c} + \frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$  [F]

<sup>\*8</sup> 答え:  $\frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(b/a)}$  [F/m], 80.2 pF/m, 50.6 pF/m

<sup>\*9</sup> 答え:  $\frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(2h/a)}$  [F/m]

<sup>\*10</sup> 答え:  $\frac{2}{3} CV$  [C],  $3V$  [V]

<sup>\*11</sup> 答え:  $4\pi\epsilon_0 a$  [F], 5.56 pF, 708  $\mu$ F,  $6.28 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  (6 cm 四方の導体平板に相当),  $8 \times 10^4 \text{ m}^2$  (800 m 四方の導体平板に相当)

<sup>\*12</sup> 答え:  $\frac{4\pi\epsilon_0 ab}{b-a}$  [F],  $\epsilon_0 \frac{4\pi a(a+d)}{d}$  [F]