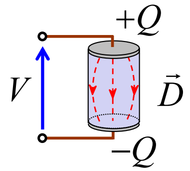
キャパシタンスの導出

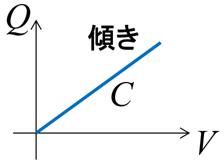
1st. 2016/04/01
Lst. 2021/12/01

キャパシタンスの定義

Michael Faraday, 1791−1867 (76)

【キャパシタンス C の定義】
単位電圧 1V を加えたときの
蓄積電荷量 Q [C/V] = [F] ファラッド





耐圧を超えると放電して
絶縁破壊が起きる。

電荷　　電圧

$$Q = CV$$

比例定数
キャパシタンスと呼ぶ

[C] = [C/V] × [V]

※加える電圧 V が大きいほど蓄積電荷 Q は大きくなる

問: キャパパがないとすぐにキレてしまう。キレると絶縁・破壊が起きる。人間関係と良く似ていませんか？

キャパシタンスの導出手順

キャパシタンス C の値が与えられていたとき、直列接続や並列接続の合成容量を使えば回路の電圧・電流特性を計算することができた。今度はキャパシタンスCを与えられた物理形状から導出すること※を考える。

【導出手順】

1. 正負電極に電荷±Q を与える
2. ガウスの法則より電束密度 D を導出
3. D=εE より電界 E を導出
4. V=−∫E dl より電位差 V を導出
5. Q=CV から C を導出

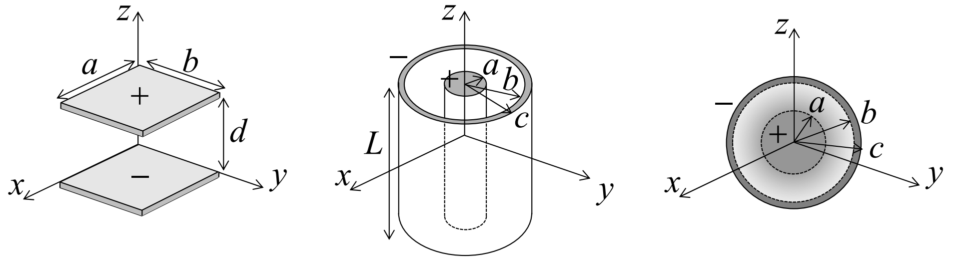
Cを求める(目的)ため，公式(手段)を一つずつ遡って芋づる式に大本の法則まで戻るという逆操作をする。

※与えられた素子定数Cで回路特性を計算するよりも，この方がはるかに重要で役に立つ。さらに進むと，電荷分布Q(一様でない)を導出することが求められるようになる。

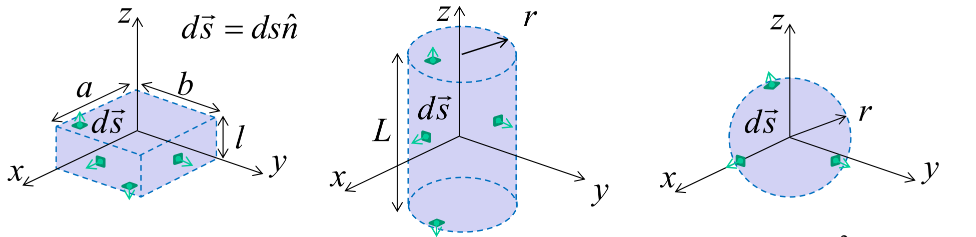
ガウスの法則の適用手順(復習)

1. 電荷を積分路内部に含むように**積分面S**を決める。この際、電気力線をイメージして、閉面を電気力線が垂直に貫くように、**外向き方向を正**として積分面を決める。積分面の形は、電極形状に合わせて、手計算できる円筒形、球形、直方体形の閉空間を考える。
2. **ベクトル積分方程式**をスカラー積分方程式にして難易度を1ランク下げる。さらに，電場が積分面上で一定である(ように積分面を1．で決定している)ことを利用して，**未知数を積分の外に出す**。これで積分を単なる積に置き換えて難易度をさらに1ランク下げる。
3. 方程式を解いて**電界E**を求める。

手計算で解けるガウス閉面の取り方



平板電極　　円筒電極　　球電極



$d\vec{s} = ds\hat{n}$

$S = 2ab + 2al + 2bl$
直方体

$S = 2\pi rL + 2(2\pi r)$
円筒

$S = 4\pi r^2$
球

（復習）ガウスの法則の問題

【例題】半径a [m]の球の表面に電荷Q [C]が一様に分布しているときの電位を求めよ。（教科書，例題2.6，p.25）

【解答】半径aの球を包む半径r(r>a)のガウス閉面を考えると、ガウスの法則より

$$\oint_S \vec{E} \bullet d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad (1)$$

電界は常にr方向へ放射状に広がるので、

$$\oint_S E\hat{r} \bullet ds\hat{r} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad (2)$$

左辺のベクトルの内積を計算すると

$$\oint_S Eds = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad (3)$$

Eは積分面S上で常に球対称で一定の大きさであるから、積分には寄与しない。

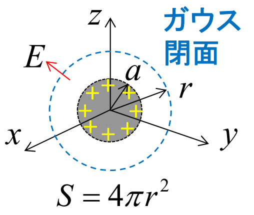
$$E\oint_S ds = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad (4)$$

面積分は半径rの球の表面積なので、

$$E4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad (5)$$

これをEについて求めると

$$E = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0} \quad (6)$$



球表面の電位は、無限遠を基準にして

$$V = -\int_\infty^a \vec{E} \bullet d\vec{r} = -\int_\infty^a \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}\vec{r} \bullet dr\hat{r}$$
$$= -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_\infty^a \frac{1}{r^2}dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[r^{-1}\right]_\infty^a$$
$$= -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_\infty^a \frac{1}{r^2}dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a} \quad (7)$$

この場合はrが無限遠の球面上に−Q [C] の電荷があると考えればよい。

孤立導体球のキャパシタンス

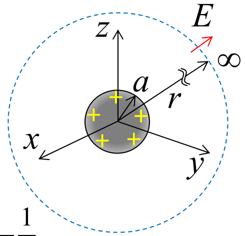
【例題】半径a [m]の孤立導体球の静電容量を求めよ。（教科書，p.43）

【解答】

ガウスの法則より

$$\oint_S \vec{E} \bullet d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$
$$\Rightarrow \oint_S Eds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$
$$\Rightarrow E\oint_S ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$
$$\Rightarrow E4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$
$$\therefore \boxed{E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}} \quad \cdots(1)$$

無限遠の球面に負電荷が誘導されると考えた場合、導体間の電位差は



$$V = -\int_{r=\infty}^a \vec{E} \bullet d\vec{r} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r=\infty}^a \frac{1}{r^2}dr$$
$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r}\right]_\infty^a = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\infty}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a}$$

静電容量は

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a}} = 4\pi\varepsilon_0 a \ \ [\mathrm{F}]$$

即ち、容量（キャパシティ）は半径aに比例する。

【例題】地球を孤立導体球とみなしたとき、静電容量は幾らか。

$$C = 4\pi\varepsilon_0 a = \frac{1}{9\times10^9}6371\times10^3 = 708\ \mu\mathrm{F}$$

同心導体球のキャパシタンス

【例題】半径a [m]の内球と、内半径b [m]で外半径c [m]の外球の同心導体球の静電容量を求めよ。（教科書，p.44）

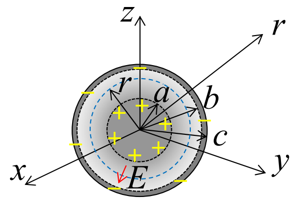
【解答】

ガウスの法則より

$$\oint_S \vec{E} \bullet d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$
$$\Rightarrow \oint_S Eds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$
$$\Rightarrow E\oint_S ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$
$$\Rightarrow E4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$
$$\therefore \boxed{E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}} \quad \cdots(1)$$

導体間の電位差は

$$V = -\int_{r=b}^a \vec{E} \bullet d\vec{r} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r=b}^a \frac{1}{r^2}dr$$
$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r}\right]_b^a = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

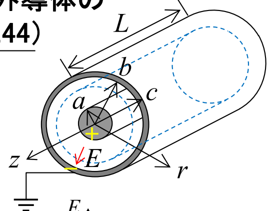


静電容量は

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} = \frac{4\pi\varepsilon_0 ab}{b-a} \ \ [\mathrm{F}]$$

同軸線路のキャパシタンス

【例題】半径a [m]の内導体と、内半径b [m]で外半径c [m]の外導体の同軸線路の単位長さあたりの静電容量を求めよ。(教科書, p.44)



【解答】

z方向に単位長さLの線路を考えると、ガウスの法則より

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \oint_S E ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E\oint_S ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E 2\pi r L = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore \boxed{E = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r L}} \quad \cdots(1)$$

導体間の電位差は

$$V = -\int_b^a E dr = -\int_b^a \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r L} dr$$

$$= -\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\left[\ln|r|\right]_b^a = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}(\ln b - \ln a)$$

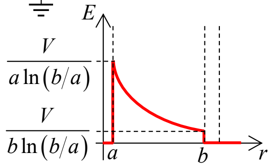
$$\therefore \boxed{Q = \frac{2\pi\varepsilon_0 L V}{\ln\frac{b}{a}}} \quad \cdots(2)$$

静電容量は(2)より

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{b}{a}} \quad [\mathrm{F}]$$

単位長さあたりでは

$$\boxed{C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{b}{a}} \quad [\mathrm{F/m}]}$$



Vが既知で電界を求める場合、Qは問題で与えられていない。(2)の結果を(1)に代入して

$$E = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r L}$$

$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 r L}\frac{2\pi\varepsilon_0 L V}{\ln\frac{b}{a}} = \frac{V}{\ln\frac{b}{a}}\frac{1}{r}$$

(復習)ガウスの法則の問題

【例題】面積S [m²]、間隔d [m]の平行平板導体がある。平板Aに+Q [C]、平板Bに−Q [C]を与えたとき、平板内外の電界と平板間の電位差を求めよ。(教科書, p.29)

【解答】平板Aを包む直方体のガウス閉面を考えるとガウスの法則より

$$\oint_S \vec{E}\bullet d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad (1)$$

電界は常に−z方向へ垂直に加わるので、

$$\int_S E(-\hat{z})\bullet ds(-\hat{z}) = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad (2)$$

左辺のベクトルの内積を計算すると

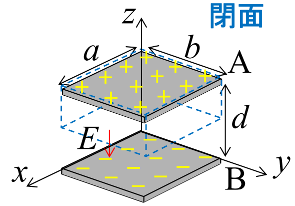
$$\int_S E ds = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad (3)$$

Eは積分面S(側面に電界はないので、面Sは電極の面積になる。)上で常に一定の大きさであるから、積分には寄与しない。

$$E\int_S ds = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad (4)$$

$$ES = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad (5)$$

$S = ab$ ガウス閉面



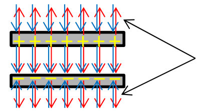
これをEについて求めると

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} \quad (6)$$

AB間の電位は、B点を基準にして

$$V = -\int_B^A \vec{E}\bullet d\vec{r} = -\int_{z=0}^{d} \frac{Q}{\varepsilon_0 S}(-\hat{z})\bullet dz\hat{z}$$

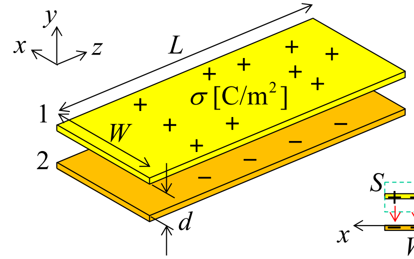
$$= \frac{Q}{\varepsilon_0 S}\int_0^d dz = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}[1]_0^d = \frac{Qd}{\varepsilon_0 S} \quad (7)$$

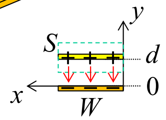


打ち消し

平行平板のキャパシタンス

【例題】幅w [m]で間隔d [m]の平行平板の単位長さあたりの静電容量を求めよ。





断面図

【解答】

z方向に単位長さLの線路を考えるとガウスの法則より

$$\oint_S \vec{E}\bullet d\vec{s} = \frac{\sigma W L}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow EWL = \frac{\sigma W L}{\varepsilon_0} \quad \therefore E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

導体間の電位差は

$$V = -\int_{y=0}^{d} \vec{E}\bullet d\vec{l}$$

$$= -\int_{y=0}^{d} \vec{E}\bullet dy\hat{y}$$

$$\Rightarrow V = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma W L d}{\varepsilon_0 W L} = \frac{Qd}{\varepsilon_0 W L}$$

単位長さあたりの静電容量は

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Qd/\varepsilon_0 W L} = \varepsilon_0\frac{WL}{d} \quad [\mathrm{F}]$$

これは、面積S=WLの平行平板コンデンサの静電容量に等しい。単位長さあたりでは、

$$C = \varepsilon_0\frac{W}{d} \quad [\mathrm{F/m}]$$

鈴木, デジタル回路のEMC設計技術入門, pp. 26-29, 日刊工業新聞社, 2011

(復習)ガウスの法則の問題

【例題】半径a [m]の無限に長い2本の導体円筒が中心間隔d [m]で平行に配置されている。線電荷密度±λ[C/m]で正電荷と負電荷が一様に分布しているとき、導体円筒間の任意の点の電界を求めよ。

【解答】正電極を包むガウス閉面1および、負電極を包むガウス平面2の両方を考えると

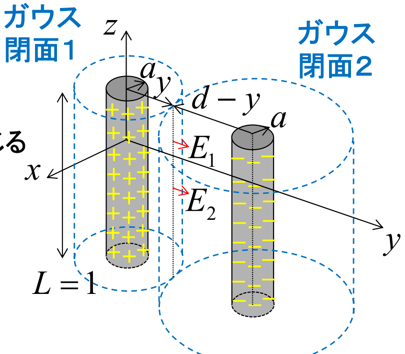
$$\oint_{S_1} \vec{E}_1\bullet d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0}, \qquad \oint_{S_2} \vec{E}_2\bullet d\vec{s} = -\frac{Q}{\varepsilon_0}$$

右図のモデルでこれを解くと、ガウス平面1の側面に生じる電界E1および、ガウス平面2の側面に生じる電界E2は

$$\vec{E}_1 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}\hat{y}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(d-y)}\hat{y}$$

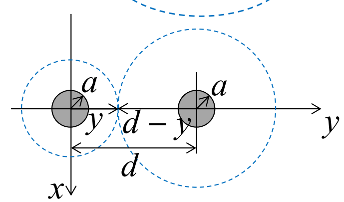
円筒背面の電界は打ち消されずゼロにならない。



円筒間の電界はE1とE2の重ね合わせで与えられるので、

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}\hat{y} + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(d-y)}\hat{y}$$

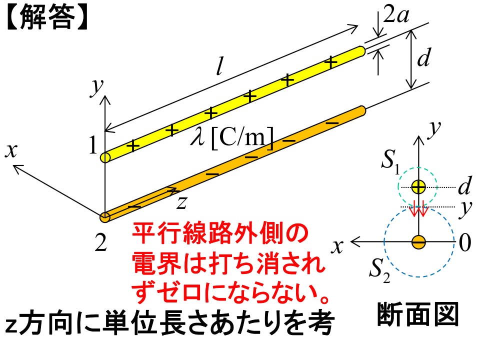
$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{d-y}\right)\hat{y} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{y-d}\right)\hat{y}$$



平行線路のキャパシタンス

【例題】中心間隔d [m]で半径a [m]の平行線の単位長さあたりの静電容量を求めよ。（教科書，p.45）

【解答】



z方向に単位長さあたりを考えると、ガウスの法則より

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \\ \vec{E} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 (d-y)}(-\hat{y}) + \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}(-\hat{y}) \end{cases}$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{d-y} + \frac{1}{y}\right)(-\hat{y})$$

導体間の電位差は

$$V = -\int_{y=a}^{d-a} \vec{E} \bullet dy\hat{y} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_{y=a}^{d-a}\left(\frac{1}{d-y} + \frac{1}{y}\right)dy$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(-\left[\ln(d-y)\right]_a^{d-a} + \left[\ln y\right]_a^{d-a}\right)$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(-\ln\frac{a}{d-a} + \ln\frac{d-a}{a}\right) = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d-a}{a}$$

$a \ll d$ ならば

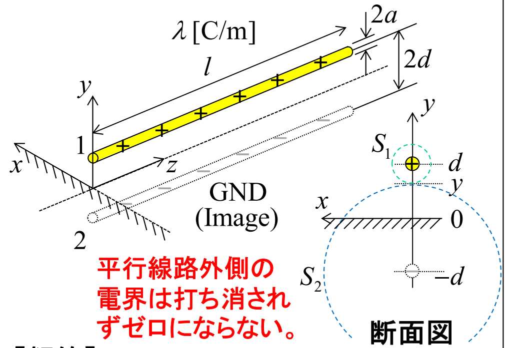
$$V \simeq \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d}{a}$$

従って、平行2線の単位長さあたりの静電容量は

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{V} = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\dfrac{d}{a}} \quad [\mathrm{F/m}]$$

接地線路のキャパシタンス

【例題】中心距離d [m]で接地された半径a [m]の線路の単位長さあたりの静電容量を求めよ。



【解答】

z方向に単位長さあたりで考えるとガウスの法則より

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \\ \vec{E} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 (d-y)}(-\hat{y}) + \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 (d+y)}(-\hat{y}) \end{cases}$$

導体間の電位差は

$$V = -\int_{y=0}^{d-a} \vec{E} \bullet dy\hat{y} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_{y=0}^{d-a}\frac{1}{d-y} + \frac{1}{d+y}dy$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(-\left[\ln(d-y)\right]_0^{d-a} + \left[\ln(d+y)\right]_0^{d-a}\right)$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(-\ln\frac{a}{d} + \ln\frac{2d-a}{d}\right) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{2d-a}{a}$$

$a \ll 2d$ ならば

$$V \simeq \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{2d}{a}$$

従って、接地線の単位長さあたりの静電容量は

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\dfrac{2d}{a}} \quad [\mathrm{F}]$$

導体球間のキャパシタンス

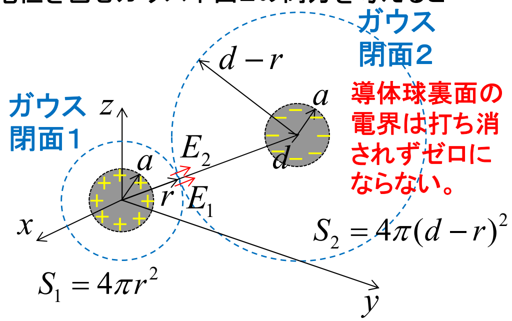
【例題】半径a [m]の導体球が中心間隔d [m]で配置されている。±Q [C]が導体球表面に一様に分布しているとき、導体球間のキャパシタンスを求めよ。

【解答】正電極を包むガウス閉面1および、負電極を包むガウス平面2の両方を考えると

$$\oint_{S_1}\vec{E}_1 \bullet d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0}, \quad \oint_{S_2}\vec{E}_2 \bullet d\vec{s} = -\frac{Q}{\varepsilon_0}$$

右図のモデルでこれを解くと、ガウス平面1の側面に生じる電界E1および、ガウス平面2の側面に生じる電界E2は

$$\vec{E}_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}, \qquad \vec{E}_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (d-r)^2}\hat{r}$$



導体球間の電界はE1とE2の重ね合わせで与えられるので、

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{1}{r^2} + \frac{1}{(d-r)^2}\right\}\hat{r}$$

導体球間の電位差は

$$V = -\int_{d-a}^{a}\vec{E} \bullet d\vec{r} = -\int_{d-a}^{a}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{1}{r^2} + \frac{1}{(d-r)^2}\right\}dr$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r}\right]_{d-a}^{a} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r-d}\right]_{d-a}^{a} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{d-a} + \frac{1}{a-d} - \frac{1}{-a}\right)$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{a} - \frac{2}{d-a}\right) = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{d-a}\right)$$

静電容量はC=Q/Vより

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{d-a}} \, [\mathrm{F}]$$

同軸線路の特性インピーダンス

ガウスの法則より

If $Q\,[\mathrm{C}]$ is charged in the inner conductor, in the case of $a < r < b$

$$\oint_S \vec{E} \bullet d\vec{r} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

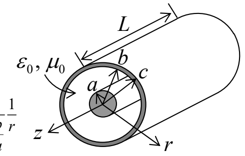
$$\Rightarrow \oint_S E dr = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow E\oint_S dr = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow E 2\pi r L = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore \boxed{E = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r L}} \quad \cdots(1)$$

Then the potential difference V is,

$$V = -\int_b^a E dr = -\int_b^a \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r L}dr = -\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\left[\ln|r|\right]_b^a = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}(\ln b - \ln a)$$

$$\therefore \boxed{Q = \frac{2\pi\varepsilon_0 L V}{\ln\frac{b}{a}}} \quad \cdots(2)$$



Substitute (2) to (1) produces

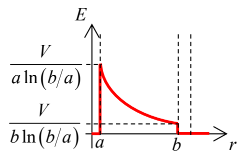
$$E = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r L} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 r L}\frac{2\pi\varepsilon_0 L V}{\ln\frac{b}{a}} = \frac{V}{\ln\frac{b}{a}}\frac{1}{r}$$

In the case of $r < a$ and $b < r$

$E = 0$

From equation (2)

$$\boxed{C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{b}{a}}L \quad [\mathrm{F}]}$$



電磁気Ⅰのメインテーマ

アンペアの法則より

(i) In the case of $r < a$

$$\oint_C \vec{H} \bullet d\vec{l} = \oint_C H dl = \frac{\pi r^2}{\pi a^2}I$$

$$\Rightarrow H 2\pi r = \frac{r^2}{a^2}I$$

$$\therefore H_1 = \frac{Ir}{2\pi a^2}$$

(ii) In the case of $a < r < b$

$$\oint_C \vec{H} \bullet d\vec{l} = \oint_C H dl = I$$

$$\Rightarrow H 2\pi r = I$$

$$\therefore \boxed{H_2 = \frac{I}{2\pi r}} \cdots(3)$$

(iii) In the case of $b < r < c$

$$\oint_C \vec{H} \bullet d\vec{l} = \oint_C H dl = I - \frac{\pi r^2 - \pi b^2}{\pi c^2 - \pi b^2}I$$

$$\Rightarrow H 2\pi r = \frac{c^2 - r^2}{c^2 - b^2}I$$

$$\therefore H_3 = \frac{I}{2\pi r}\frac{c^2 - r^2}{c^2 - b^2}$$

(iv) In the case of $r > c$

$$\oint_C \vec{H} \bullet d\vec{l} = \oint_C H dl = I - I = 0$$

$$\Rightarrow H 2\pi r = 0$$

$$\therefore H_4 = 0$$

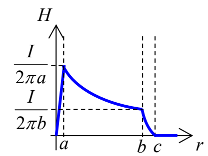
From equation (3)

$$\varphi = \int_0^L\int_a^b B_2 dr dz = \int_0^L\int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r}dr dz = \frac{\mu_0 I L}{2\pi}\left[\ln|r|\right]_a^b$$

$$\therefore \varphi = \frac{\mu_0 I L}{2\pi}\ln\frac{b}{a} \quad [\mathrm{Wb}]$$

$$\boxed{L = \frac{\varphi}{I} = \frac{\mu_0 L}{2\pi}\ln\frac{b}{a} \quad [\mathrm{H}]}$$

電磁気Ⅱのメインテーマ



特性インピーダンス

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{\mu_0 L}{2\pi}\ln\frac{b}{a}\frac{\ln\frac{b}{a}}{2\pi\varepsilon_0 L}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\ln\frac{b}{a}$$

$$\therefore \boxed{Z_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\ln\frac{b}{a}}$$

電磁波の導入テーマ