

誘電体の境界条件 (演習問題)

v1.8 Dec.2020

番号: _____ 氏名: _____

1. ♣ 真空中から比誘電率 $\epsilon_r = 3$ の誘電体に入射角 $\theta_1 = 30^\circ$ で入った電気力線の屈折角を求めよ。^{*1}
2. ♣ 間隔 $d_1 + d_2$ [m] の平行平板導体間に誘電率が ϵ_1, ϵ_2 [F/m] で、厚さがそれぞれ d_1, d_2 [m] の誘電体を挟み、導体間に電圧 V [V] を加えたとき、各誘電体中の電界 E_1, E_2 を求めよ。また、静電容量 C を求めよ。ただし、導体板の面積を S [m²] とする。^{*2}
3. ◇ 間隔 d [m]、面積 S [m²] の平行平板コンデンサがある。極板の面積を 2 等分するように誘電率が ϵ_1, ϵ_2 [F/m] の誘電体で極板間を満たしたときの静電容量を求めよ。^{*3}
4. ◇ 内球の半径が a [m]、外球の内半径が b [m] の同心球形コンデンサがある。半径 R [m] を境に、誘電率 ϵ_1, ϵ_2 [F/m] の誘電体が詰められている。同心球間の静電容量を求めよ。^{*4}
5. ◇ 誘電率がそれぞれ ϵ_1, ϵ_2 [F/m] である二つの均質な半無限大誘電体が平面で接している。その境界面に中心をもつ半径 a [m] の導体球に電荷 Q [C] を与えたとき、両誘電体中の電界および導体球上の電荷密度を求めよ。^{*5}
6. ◇ 比誘電率 ϵ_r の半無限大誘電体平面が空気と接している。境界面に入射角 θ で空気中から一様な電界 E_0 [V/m] が入射したとき、誘電体中の電界を求めよ。^{*6}
7. ♡ 真空中におかれた誘電率 ϵ [F/m] の誘電体板に外部から一様な電界 E_0 [V/m] が印加されている。外部電界 E_0 の方向に対して斜めに角度 θ でスリット状の空隙を空けたとき、空隙中の電界と電束密度を求めよ。^{*7}
8. ♡ 空気中からある厚さの誘電体板（比誘電率 3）に入射角度 25° で入射した電気力線は誘電体中ではどのように屈折するか。また、誘電体中から空気中に電気力線が出る時の屈折角を求め、電気力線の様子を描け。^{*8}
9. 比誘電率 ϵ_r の半無限大誘電体平面が空気と接している。境界面に入射角 θ で誘電体中から一様な電界 E [V/m] が入射したとき、空気中の電界を求めよ。^{*9}
10. 比誘電率 ϵ_r の誘電体の両面が空気と接している。空気中から一様な電界 E_0 [V/m] が垂直に入射したとき、各層における (1) 電界、(2) 電束密度、(3) 分極の大きさを求めよ。^{*10}
11. ♠ 半径 a 、比誘電率 ϵ_r の誘電体球が一様な電場 \vec{E}_0 の中に置かれている。誘電体球が分極することにより、球内部には一様な電場 \vec{E} が生じるものとする。また、球外の電場は、外部電場 \vec{E}_0 と球の中心にある電気ダイポールモーメント \vec{p} の双極子による電場の和として取り扱うことができるとする。誘電体の境界面での境界条件から、 \vec{E} と \vec{p} の大きさを求めよ。^{*11} (山村, 電磁気学演習 [新訂版], p.98)
12. ♠ 静電界におけるベクトル形の境界条件は次式で表されることを示せ。^{*12}

$$(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \times \hat{n}_{21} = 0 \quad (1)$$

$$\hat{n}_{21} \bullet (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \sigma \quad (2)$$
 ただし、 \hat{n}_{21} は媒質 2 から媒質 1 に向かう単位法線ベクトルである。

*1 答え : 60°

*2 答え : $E_1 = \frac{\epsilon_2 V}{\epsilon_2 d_1 + \epsilon_1 d_2}, E_2 = \frac{\epsilon_1 V}{\epsilon_2 d_1 + \epsilon_1 d_2}$ [V/m], $\frac{\epsilon_1 \epsilon_2 S}{\epsilon_2 d_1 + \epsilon_1 d_2}$ [F]

*3 答え : $(\epsilon_1 + \epsilon_2) \frac{S}{4\pi d}$ [F]

*4 答え : $\frac{1}{\epsilon_2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{b} \right) + \frac{1}{\epsilon_1} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{R} \right)$ [F]

*5 答え : $E_1 = E_2 = \frac{Q}{2\pi r^2(\epsilon_1 + \epsilon_2)}$ [V/m],

$\rho_{s1} = \frac{\epsilon_1 Q}{2\pi a^2(\epsilon_1 + \epsilon_2)}, \rho_{s2} = \frac{\epsilon_1 Q}{2\pi a^2(\epsilon_1 + \epsilon_2)}$ [C/m²]

*6 答え : $E = E_0 \sqrt{\sin^2 \theta + \frac{\cos^2 \theta}{\epsilon_r^2}}$ [V/m], $\theta = \tan^{-1}(\epsilon_r \tan \theta)$

*7 答え : $E_0 \sqrt{\frac{\epsilon_r^2}{\epsilon_r^2 + 1} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta}, \epsilon_0 E_0 \sqrt{\frac{\epsilon_r^2}{\epsilon_r^2 + 1} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta}$

*8 答え : $54.4^\circ, 25^\circ$, 図は略

*9 答え : $E' = E \sqrt{\sin^2 \theta + \epsilon_r^2 \cos^2 \theta}$ [V/m], $\theta' = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \theta}{\epsilon_r} \right)$

*10 答え : (1) $E_0, \frac{1}{\epsilon_r} E_0, E_0$ (2) $\epsilon_0 E_0, \epsilon_0 E_0, \epsilon_0 E_0$ (3) $0, \epsilon_0 \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right) E_0, 0$

*11 答え : $\frac{3}{\epsilon_r + 2} E_0, 4\pi a^3 \epsilon_0 \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} E_0$

*12 答え : 略