

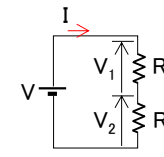
抵抗回路

1st. 2016/01/10

Lst. 2021/10/25

電気回路の復習1

【演習】



$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V$$

$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V$$

が成立することを示せ。

【解答】

回路を流れる電流を I [A] とすると

$$\begin{cases} V_1 = R_1 I & (1) \\ V_2 = R_2 I & (2) \end{cases}$$

(3)を(1)に代入して

$$V_1 = R_1 \frac{V}{R_1 + R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V$$

$$V = V_1 + V_2 = (R_1 + R_2) I$$

(3)を(2)に代入して

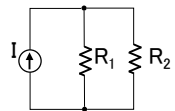
$$V_2 = R_2 \frac{V}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V$$

従って、電流は

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2} \quad (3)$$

電気回路の復習2

【演習】



$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

が成立することを示せ。

【解答】 抵抗に加わる電圧を V [V] とすると

(3)を(1)に代入して

$$I_1 = \frac{1}{R_1} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

$$\begin{cases} I_1 = \frac{V}{R_1} & (1) \\ I_2 = \frac{V}{R_2} & (2) \end{cases}$$

(3)を(2)に代入して

$$I_2 = \frac{1}{R_2} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

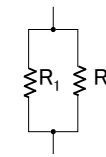
$$I = I_1 + I_2 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) V$$

従って、電圧は

$$V = \frac{I}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I \quad (3)$$

電気回路の復習3

【演習】



$$R = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

が成立することを示せ。

【解答】 抵抗に加わる電圧を V [V] とすると(3)と $V=RI$ より

$$\begin{cases} I_1 = \frac{V}{R_1} & (1) \\ I_2 = \frac{V}{R_2} & (2) \end{cases}$$

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I = I_1 + I_2 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) V$$

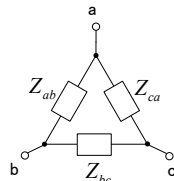
従って、電圧は

$$V = \frac{I}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I \quad (3)$$

インピーダンス回路のΔY変換

【例題】図に示すインピーダンス回路のΔY変換を求めよ。

- 【解答】ab間の入力インピーダンスは
 $Z_a + Z_b = Z_{ab} \parallel (Z_{ca} + Z_{bc}) \Rightarrow Z_a + Z_b = \frac{Z_{ab}(Z_{ca} + Z_{bc})}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}} \quad (1)$
- bc間の入力インピーダンスは
 $Z_b + Z_c = Z_{bc} \parallel (Z_{ab} + Z_{ca}) \Rightarrow Z_b + Z_c = \frac{Z_{bc}(Z_{ab} + Z_{ca})}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}} \quad (2)$
- ca間の入力インピーダンスは
 $Z_c + Z_a = Z_{ca} \parallel (Z_{bc} + Z_{ab}) \Rightarrow Z_c + Z_a = \frac{Z_{ca}(Z_{bc} + Z_{ab})}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}} \quad (3)$



(1)+(2)+(3)より

$$Z_a + Z_b + Z_c = \frac{Z_{ab}Z_{ca} + Z_{bc}Z_{ca} + Z_{ab}Z_{bc}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}} \quad (4)$$

(4)-(2)よりZaを求めると

$$Z_a = \frac{Z_{ab}Z_{ca}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}} \quad (5)$$

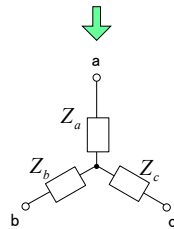
(4)-(3)よりZbを求めると

$$Z_b = \frac{Z_{ab}Z_{bc}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}} \quad (6)$$

(4)-(1)よりZcを求めると

$$Z_c = \frac{Z_{bc}Z_{ca}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}} \quad (7)$$

これでΔY変換ができた。



P. Vizmuller, RF design guide, p.227, Artech House, 1995
 N. M. O. Sadiku, Electric Circuit 4th ed., p.53, McGraw-Hill, 2009

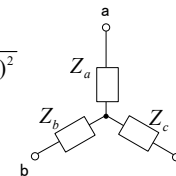
インピーダンス回路のYΔ変換

【例題】図に示すインピーダンス回路のYΔ変換を求めよ。

【解答】(5)(6)(7)よりZaZb + ZbZc + ZcZaを計算すると

$$Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a = \frac{Z_{ab}Z_{ca} \cdot Z_{bc}Z_{ca}}{(Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca})^2} + \frac{Z_{ab}Z_{bc} \cdot Z_{bc}Z_{ca}}{(Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca})^2} + \frac{Z_{bc}Z_{ca} \cdot Z_{ab}Z_{ca}}{(Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca})^2}$$

$$= \frac{Z_{ab}Z_{bc}Z_{ca}(Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca})}{(Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca})^2} = \frac{Z_{ab}Z_{bc}Z_{ca}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}} \quad (8)$$



従って、

$$Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a = \frac{Z_{ab}Z_{bc}Z_{ca}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}} \quad (9)$$

(9)÷(7)よりZabを求めると

$$Z_{ab} = \frac{Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a}{Z_c} \quad (10)$$

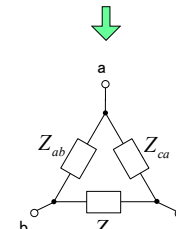
(9)÷(5)よりZbcを求めると

$$Z_{bc} = \frac{Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a}{Z_a} \quad (11)$$

(9)÷(6)よりZcaを求めると

$$Z_{ca} = \frac{Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a}{Z_b} \quad (12)$$

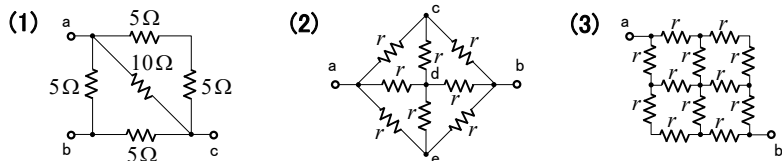
これでYΔ変換ができた。



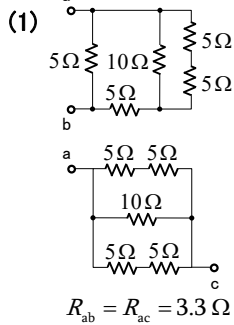
P. Vizmuller, RF design guide, p.227, Artech House, 1995
 N. M. O. Sadiku, Electric Circuit 4th ed., p.53, McGraw-Hill, 2009

抵抗回路1

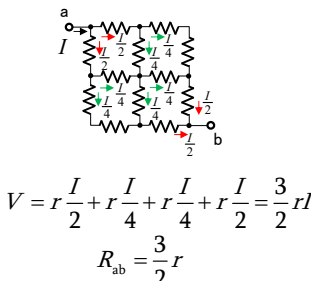
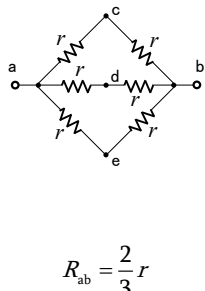
【演習】次の抵抗回路において入力端子abまたはacから見た合成抵抗を求めよ。



【解答】

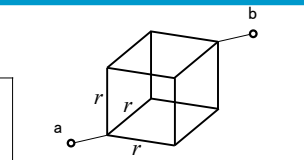


(2) c, d, eは等電位なので、(3) 各分岐点で電流は2等分される。

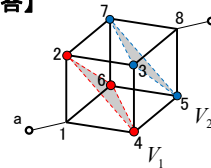


抵抗回路2

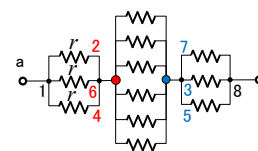
【演習】1辺の抵抗がr [Ω]からなる次の立体抵抗回路において、入力端子abから見た合成抵抗を求めよ。



【解答】

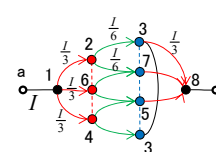


①等価回路



【考え方】
 2, 4, 6は等電位V1なので短絡できる。同様に、3, 5, 7も等電位V2なので短絡できる。

②分流電流の大きさと経路



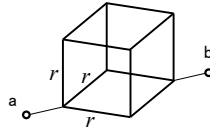
上図でab間の経路一つを任意に選ぶと、電位差は

$$V = \frac{I}{3}r + \frac{I}{6}r + \frac{I}{3}r = \frac{5}{6}rI$$

$$R_{ab} = \frac{V}{I} = \frac{5}{6}r$$

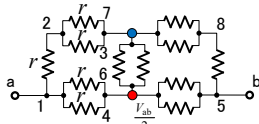
抵抗回路3

【演習】1辺の抵抗がr [Ω]からなる次の立体抵抗回路において、入力端子abから見た合成抵抗を求めよ。

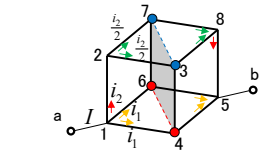


【解答】

①等価回路



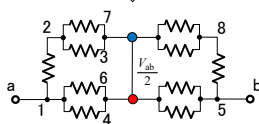
②分流電流の大きさと経路



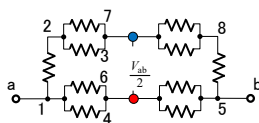
【考え方】

4, 6は等電位なので短絡できる。同様に、3, 7も等電位なので短絡できる。さらに、abに対してV_{3,7}とV_{4,6}は左右対称なので、同電位V_{ab}/2で短絡または開放してよい。

短絡時



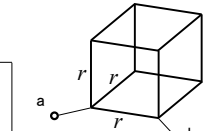
または(開放にした場合)



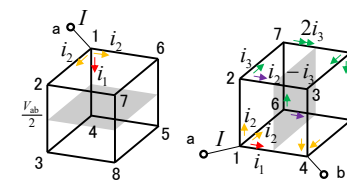
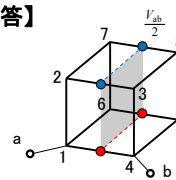
$$\begin{cases} I = 2i_1 + i_2 \\ 2i_1 R = 3i_2 R \end{cases} \Rightarrow i_1 = \frac{3}{8} I \quad R_{ab} = \frac{3}{4} r$$

抵抗回路4

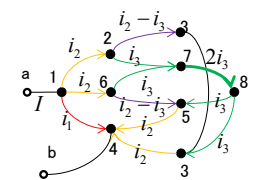
【演習】1辺の抵抗がr [Ω]からなる次の立体抵抗回路において、入力端子abから見た合成抵抗を求めよ。



【解答】



②分流電流の大きさと経路

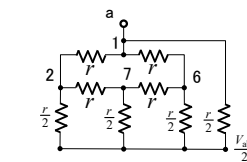


【考え方】

1-4, 5-6の中点は等電位なので短絡できる。同様に、2-3, 7-8の中点も等電位なので短絡できる。さらに、abに対してこれらは左右対称なので、同電位V_{ab}/2で短絡または開放してよい。

構造対称性により、I₁₂=I₁₆=I₂となる。

①等価回路(半分)



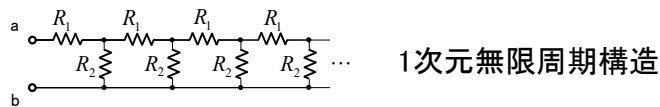
等価回路から求めるには、YΔ変換、ΔY変換が必要。

$$\begin{cases} I = i_1 + 2i_2 \\ (i_2 - i_3)R = 4i_3 R \\ i_1 R = 2i_2 R + (i_2 - i_3)R \end{cases} \Rightarrow i_1 = \frac{7}{12} I$$

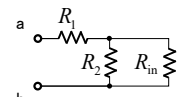
$$R_{ab} = \frac{7}{12} r$$

抵抗回路5

【演習】次の抵抗回路において入力端子abから見た合成抵抗を求めよ。



【解答】(1) 無限周期構造なので、どこから見込んだインピーダンスもすべて同じR_{in}になる。



$$\Rightarrow (R_2 + R_{in})R_{in} = (R_2 + R_{in})R_1 + R_2 R_{in}$$

$$\Rightarrow R_{in}^2 + R_2 R_{in} = R_1 R_2 + R_1 R_{in} + R_2 R_{in}$$

$$\Rightarrow R_{in}^2 - R_1 R_{in} - R_1 R_2 = 0$$

ただし、

$$R_{in} = R_1 + \frac{R_2 R_{in}}{R_2 + R_{in}}$$

R_{in}について求めると、

$$R_{in} = \frac{R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + 4R_1 R_2}}{2}$$

ここで、

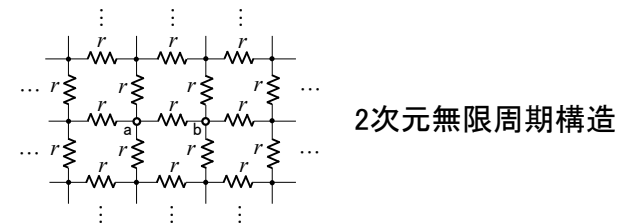
$$R_1 < \sqrt{R_1^2 + 4R_1 R_2}$$

であるから、

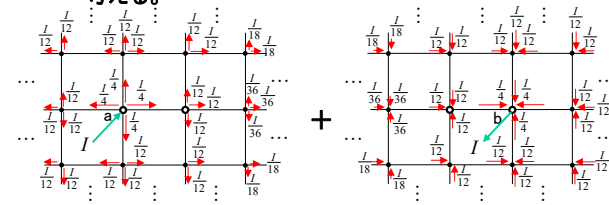
$$R_{in} = \frac{R_1 + \sqrt{R_1^2 + 4R_1 R_2}}{2}$$

抵抗回路6

【演習】次の抵抗回路において入力端子abから見た合成抵抗を求めよ。



【解答】(2) 無限周期構造なので、a点に流入した電流Iは1/4に等分される。同様に、b点から流出する電流は4つの電流I/4が合成されてIになる。この二つの状態の合成を考える。



$$V_{ab} = \frac{I}{4} r + \frac{I}{4} r = \frac{I}{2} r$$

$$R_{in} = \frac{V_{ab}}{I}$$

$$R_{in} = \frac{1}{2} r$$