キルヒホッフの法則

1^{st}. 2016/01/10
L^{st}. 2021/10/25

キルヒホッフの法則

キルヒホッフの第1法則

電流の連続に関する法則
Kirchhoff Current Law (K. C. L)

$$\sum_i I_i = 0$$

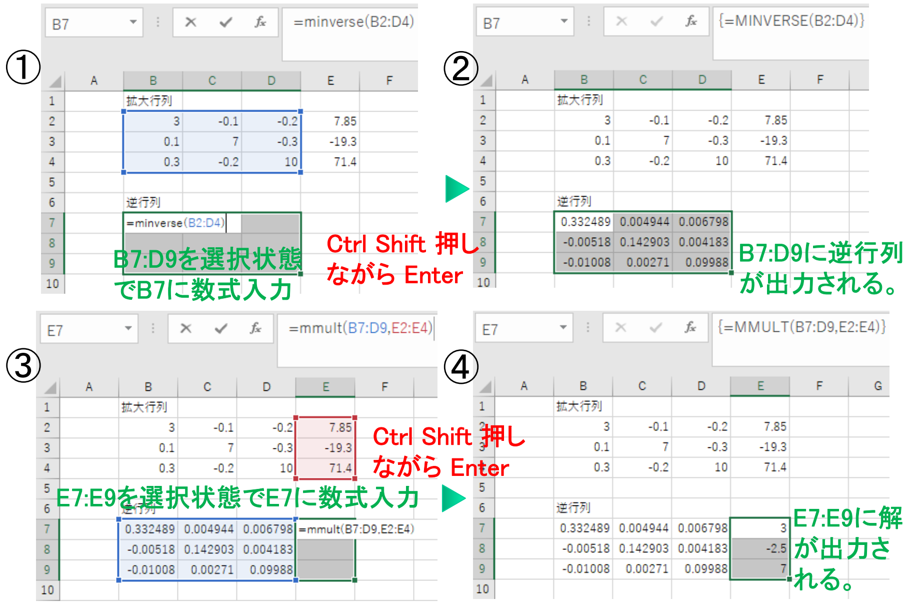
キルヒホッフの第2法則

電圧の平衡に関する法則
Kirchhoff Voltage Law (K. V. L)

$$\sum_i Z_i I_i = \sum_j V_j$$

本郷, 電気回路, p.71, 実教出版

Excelによる連立方程式の解法



不平衡ブリッジの環路解析

【例題3】図でR_1=1Ω, R_2=2Ω, R_3=3Ω, R_4=4Ω, r=5Ω のとき、ab端子から見た回路の入力抵抗を求めよ。また、V=1 Vのときにブリッジ抵抗rを流れる電流は幾らか。

【解答】 K. V. L. より

$$\begin{cases} R_2(I_1-I_2)+R_4(I_1-I_3)=1 \\ R_2(I_2-I_1)+R_1I_2+r(I_2-I_3)=0 \\ R_4(I_3-I_1)+r(I_3-I_2)+R_3I_3=0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} 2(I_1-I_2)+4(I_1-I_3)=1 \\ 2(I_2-I_1)+1I_2+5(I_2-I_3)=0 \\ 4(I_3-I_1)+5(I_3-I_2)+3I_3=0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} 6I_1-2I_2-4I_3=1 \\ -2I_1+8I_2-5I_3=0 \\ -4I_1-5I_2+12I_3=0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\underset{\mathbf{Z}}{\begin{bmatrix} 6 & -2 & -4 \\ -2 & 8 & -5 \\ -4 & -5 & 12 \end{bmatrix}} \underset{\mathbf{I}}{\begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{Bmatrix}} = \underset{\mathbf{E}}{\begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}$$

連立方程式を解くと

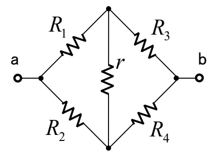
Z			E
6	-2	-4	1
-2	8	-5	0
-4	-5	12	0
Z^{-1}			I
0.417647	0.258824	0.247059	0.417647
0.258824	0.329412	0.223529	0.258824
0.247059	0.223529	0.258824	0.247059

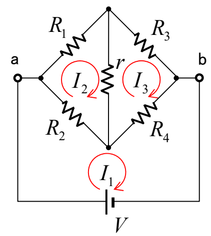
$$\mathbf{I} = \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{E}$$

$$\begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.417647 \\ 0.258824 \\ 0.247059 \end{Bmatrix}$$

$$R_{ab} = \frac{V}{I_1} = \frac{1}{0.417647}$$
$$= 2.39437\ \Omega \approx 2.4\ \Omega$$
$$I_r = I_2 - I_3$$
$$= 0.258824 - 0.247059$$
$$= 0.11765\ \text{A} = 117.7\ \text{mA}$$

未知数3個
環路電流×3個





【答え】R_{ab}=2.4Ω, I_r=118 mA

立体抵抗回路の環路解析

【例題4】一辺が1Ωからなる立方体抵抗回路において、各ループに流れる電流を求めよ。さらに、ab 端子から見た入力抵抗を求めよ。ただし、V=1 Vとする。

【解答】K. V. L. より

$$\begin{cases} I_1 - I_2 = 1 \\ (I_2 - I_1) + (I_2 - I_3) + (I_2 - I_4) + (I_2 - I_6) = 0 \\ (I_3 - I_2) + I_3 + (I_3 - I_4) + (I_3 - I_5) = 0 \\ (I_4 - I_2) + (I_4 - I_3) + (I_4 - I_5) + (I_4 - I_6) = 0 \\ (I_5 - I_3) + (I_5 - I_4) + I_5 + (I_5 - I_6) = 0 \\ (I_6 - I_2) + (I_6 - I_4) + (I_6 - I_5) + I_6 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} \mathbf{Z} \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 4 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 4 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \mathbf{I} \\ \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{Bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \mathbf{E} \\ \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{array}$$

連立方程式を解くと

Z						E
1	-1	0	0	0	0	1
-1	4	-1	-1	0	-1	0
0	-1	4	-1	-1	0	0
0	-1	-1	4	-1	-1	0
0	0	-1	-1	4	-1	0
0	-1	0	-1	-1	4	0

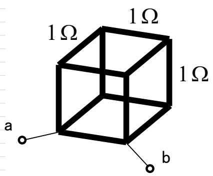
Z^{-1}						I
1.71429	0.71429	0.35714	0.42857	0.28571	0.35714	1.71429
0.71429	0.71429	0.35714	0.42857	0.28571	0.35714	0.71429
0.35714	0.35714	0.49107	0.33929	0.26786	0.24107	0.35714
0.42857	0.42857	0.33929	0.60714	0.32143	0.33929	0.42857
0.28571	0.28571	0.26786	0.32143	0.46429	0.26786	0.28571
0.35714	0.35714	0.24107	0.33929	0.26786	0.49107	0.35714

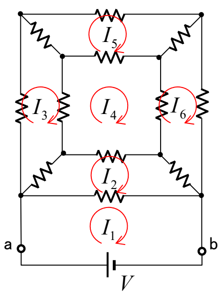
$$\mathbf{I} = \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{E}$$

$$\begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 12/7 \\ 5/7 \\ 5/14 \\ 3/7 \\ 2/7 \\ 5/14 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.714286 \\ 0.714286 \\ 0.357143 \\ 0.428571 \\ 0.285714 \\ 0.357143 \end{Bmatrix}$$

$$R_{in} = \frac{V_{ab}}{I_1} = \frac{1}{12/7} = \frac{7}{12}\,\Omega$$

未知数6個
環路電流×6個





【答え】I_1=1.71 A, I_2=0.71 A, I_3= 0.36 A, I_4=0.43 A, I_5=0.29 A, I_6=0.36 A, R_{ab}=0.58Ω

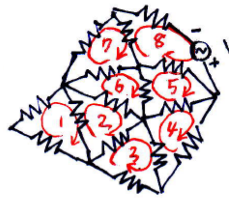
立体抵抗回路の環路解析

【演習1】図のような一辺がR [Ω]からなる立体抵抗回路において、各ループに流れる電流を求めよ。

【解答】K. V. L. より

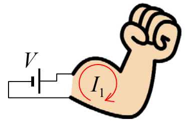
$$\begin{array}{c} \mathbf{Z} \\ \begin{bmatrix} 3R & -R & & & & & & \\ -R & 3R & -R & & & -R & & \\ & -R & 3R & -R & & & & \\ & & -R & 3R & -R & & & \\ & & & -R & 3R & -R & & -R \\ & -R & & & -R & 3R & -R & \\ & & & & & -R & 3R & -R \\ & & & & -R & & -R & 3R \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \mathbf{I} \\ \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \\ I_8 \end{Bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \mathbf{E} \\ \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ V_8 \end{Bmatrix} \end{array}$$

マトリクスに規則性があるので、
プログラミングが容易。



任意形状の抵抗体
(導体)のメッシュ解析
が可能。

入力ベクトルEを変更
するだけで、電圧印加
点を変更できる。



$$\mathbf{I} = \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{E}$$

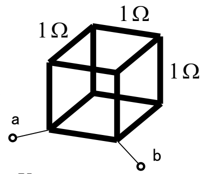
立方体抵抗回路の節点解析

【例題5】一辺が1Ωからなる立方体抵抗回路において、端子ab間に1 Aを流したとき、各点の電位を求めよ。さらに、ab 端子から見た入力抵抗を求めよ。

$$\begin{cases} (V_1 - V_2) + (V_1 - V_4) + (V_1 - V_8) = 1 \\ (V_2 - V_1) + (V_2 - V_3) + (V_2 - V_7) = 0 \\ (V_3 - V_2) + (V_3 - V_4) + (V_3 - V_6) = 0 \\ (V_4 - V_1) + (V_4 - V_3) + (V_4 - V_5) = 0 \\ (V_5 - V_4) + (V_5 - V_6) + (V_5 - V_8) = 0 \\ (V_6 - V_3) + (V_6 - V_5) + (V_6 - V_7) = 0 \\ (V_7 - V_2) + (V_7 - V_6) + (V_7 - V_8) = 0 \\ (V_8 - V_1) + (V_8 - V_5) + (V_8 - V_7) = -1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} \mathbf{Y} \\ \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \mathbf{E} \\ \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \\ V_8 \end{Bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \mathbf{I} \\ \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix} \end{array}$$

未知数8個
節点電圧×8個

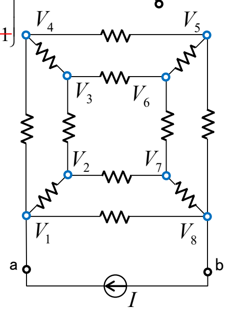


$$\mathbf{E} = \mathbf{Y}^{-1}\mathbf{I}$$

この場合逆行列が求まらない。
この定式化でNGな理由は？
→V_8はグランド0Vなので、物理的に意味のない行と列が混入している。

```
Inverse[matrixA] // MatrixForm
Inverse:
  行列{{3, −1, 0, −1, 0, −1, 0, 0}, {−1, 3, −1, 0, 0, 0, −1, 0}, {0, −1, 3, −1, 0, 0, 0, −1}, {−1, 0, −1, 3, −1, 0, 0, 0}, {0,
       0, 0, −1, 3, −1, 0, −1}, {−1, 0, 0, 0, −1, 3, −1, 0}, {0, −1, 0, 0, 0, −1, 3, −1}, {0, 0, −1, 0, −1, 0, −1, 3}}
     は特異行列です.

LinearSolve[matrixA, vecB]
 {1/3, -(1/4), -(1/24), 1/8, 1/12, 1/8, -(1/24), 0}
```



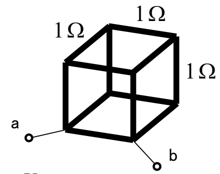
立方体抵抗回路の節点解析

【例題5】一辺が1Ωからなる立方体抵抗回路において、端子ab間に1 Aを流したとき、各点の電位を求めよ。さらに、ab 端子から見た入力抵抗を求めよ。

$$\begin{cases} (V_1 - V_2) + (V_1 - V_4) + V_1 = 1 \\ (V_2 - V_1) + (V_2 - V_3) + (V_2 - V_7) = -1 \\ (V_3 - V_2) + (V_3 - V_4) + (V_3 - V_6) = 0 \\ (V_4 - V_1) + (V_4 - V_3) + (V_4 - V_5) = 0 \\ (V_5 - V_4) + (V_5 - V_6) + V_5 = 0 \\ (V_6 - V_3) + (V_6 - V_5) + (V_6 - V_7) = 0 \\ (V_7 - V_2) + (V_7 - V_6) + V_7 = 0 \end{cases}$$

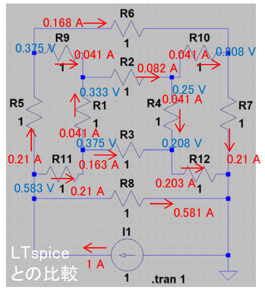
$$\begin{array}{c} \mathbf{Y} \\ \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \mathbf{E} \\ \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \end{Bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \mathbf{I} \\ \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{array}$$

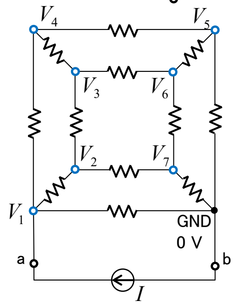
未知数7個
節点電圧×7個



Y							I
3	-1	0	-1	0	0	0	1
-1	3	-1	0	0	0	-1	0
0	-1	3	-1	0	-1	0	0
-1	0	-1	3	-1	0	0	0
0	0	0	-1	3	-1	0	0
0	0	-1	0	-1	3	-1	0
0	-1	0	0	0	-1	3	0

Y^{-1}							E
0.58333	0.375	0.33333	0.375	0.20833	0.25	0.20833	0.58333
0.375	0.75	0.5	0.375	0.25	0.375	0.375	0.375
0.33333	0.5	0.83333	0.5	0.33333	0.5	0.33333	0.33333
0.375	0.375	0.5	0.75	0.375	0.375	0.25	0.375
0.20833	0.25	0.33333	0.375	0.58333	0.375	0.20833	0.20833
0.25	0.375	0.5	0.375	0.375	0.75	0.375	0.25
0.20833	0.375	0.33333	0.25	0.20833	0.375	0.58333	0.20833





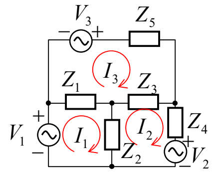
インピーダンス回路の環路解析

【演習2】図の回路にキルヒホッフの電流則を適用して、インピーダンスマトリクス[Z]を導出せよ。

【解答】K. V. L. より

$$\begin{cases} Z_1(I_1-I_3)+Z_2(I_1-I_2)=V_1 \\ Z_2(I_2-I_1)+Z_3(I_2-I_3)+Z_4I_2=-V_2 \\ Z_5I_3+Z_3(I_3-I_2)+Z_1(I_3-I_1)=V_3 \end{cases}$$

未知数3個
環路電流×3個



$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} (Z_1+Z_2)I_1-Z_2I_2-Z_1I_3=V_1 \\ -Z_2I_1+(Z_2+Z_3+Z_4)I_2-Z_3I_3=-V_2 \\ -Z_1I_1-Z_3I_2+(Z_1+Z_3+Z_5)I_3=V_3 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} Z_{11}I_1+Z_{12}I_2+Z_{13}I_3=V_1 \\ Z_{21}I_1+Z_{22}I_2+Z_{23}I_3=-V_2 \\ Z_{31}I_1+Z_{32}I_2+Z_{33}I_3=V_3 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\underset{\mathbf{Z}}{\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix}} \underset{\mathbf{I}}{\begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{Bmatrix}} = \underset{\mathbf{E}}{\begin{Bmatrix} V_1 \\ -V_2 \\ V_3 \end{Bmatrix}}$$

(1) Z_{11}, Z_{22}, Z_{33} は、各閉路に含まれるインピーダンスの総和であり、自己インピーダンスと呼ばれる。
(2) $Z_{ij}=Z_{ji}$ (i≠j) (マトリクスの対称性)が成立する。
(3) Z_{ij} は隣接した閉路に含まれるインピーダンスであり、相互インピーダンスと呼ばれる。
(4) 右辺の電圧は各閉路に印加されている電圧源である。
(5) 閉路電流の向きを右回りに統一する(左回りでも同じ)と Z_{ij} に負号がつく
(6) 上記(1)-(5)の性質を使えばマトリクスに規則性が生じるため、自動プログラム化しやすい。

本郷, 電気回路, p.71, 実教出版

複素行列から実数行列の導出

【演習3】複素数からなる以下の連立方程式を、実数だけの連立方程式に直せ。

【解答】複素数からなる以下の連立方程式を考える。

$[A]\{X\}=\{B\}$

ただし、

$[A]=[A_r+jA_i]$ N行N列の複素行列
$\{X\}=\{X_r+jX_i\}$ N行1列の複素ベクトル
$\{B\}=\{B_r+jB_i\}$ N行1列の複素ベクトル

[A]と{X}と{B}を複素数で表すと、

$$[A_r+jA_i]\{X_r+jX_i\}=\{B_r+jB_i\}$$

$$[A_r]\{X_r\}+j[A_r]\{X_i\}+j[A_i]\{X_r\}-[A_i]\{X_i\}=\{B_r+jB_i\}$$

実部と虚部を分離すると、

$$([A_r]\{X_r\}-[A_i]\{X_i\})+j([A_r]\{X_i\}+[A_i]\{X_r\})=\{B_r+jB_i\}$$

実部と虚部の比較より、

$$\begin{cases} [A_r]\{X_r\}-[A_i]\{X_i\}=\{B_r\} \\ [A_r]\{X_i\}+[A_i]\{X_r\}=\{B_i\} \end{cases}$$

または、

$$\begin{cases} [A_r]\{X_r\}-[A_i]\{X_i\}=\{B_r\} \\ [A_i]\{X_r\}+[A_r]\{X_i\}=\{B_i\} \end{cases}$$

ベクトル表示形式に直すと、

$$\begin{bmatrix} [A_r] & -[A_i] \\ [A_i] & [A_r] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{X_r\} \\ \{X_i\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{B_r\} \\ \{B_i\} \end{Bmatrix}$$

即ち、実部と虚部のみからなる小行列とベクトルにより、新たな連立方程式を構成できる。ただし、マトリクスサイズは2N行2N列の実数行列になる。この逆行列を求めれば、

$$\begin{Bmatrix} \{X_r\} \\ \{X_i\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A_r] & -[A_i] \\ [A_i] & [A_r] \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \{B_r\} \\ \{B_i\} \end{Bmatrix}$$

として、X_rとX_iを求めることができる。最終的な解は並べ替えより、

$\{X\}=\{X_r+jX_i\}$

で求まる。これは、エクセルを使った実数のみの連立方程式の解法を使って、複素数の連立方程式も解けることを示している。

インピーダンス回路の環路解析

【例題5】図の回路にキルヒホッフの電流則を適用して、インピーダンスマトリクスZを導出せよ。さらに、連立方程式を解いてI_1, I_2, I_3 を求めよ。

【解答】K. V. L. より

$$\underset{\mathbf{Z}}{\begin{bmatrix} 1 & j3 & -1 \\ j3 & 0 & -j2 \\ -1 & -j2 & 1 \end{bmatrix}} \underset{\mathbf{I}}{\begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{Bmatrix}} = \underset{\mathbf{E}}{\begin{Bmatrix} 10 \\ 0 \\ -j10 \end{Bmatrix}}$$

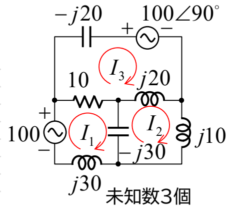
実部と虚部に分けると

$$\begin{bmatrix} [Z_r] & -[Z_i] \\ [Z_i] & [Z_r] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{I_r\} \\ \{I_i\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{E_r\} \\ \{E_i\} \end{Bmatrix}$$

連立方程式を解くと

Z						E
1	0	-1	0	-3	0	10
0	0	0	-3	0	2	0
-1	0	1	0	2	0	0
0	3	0	1	0	-1	0
3	0	-2	0	0	0	0
0	-2	0	-1	0	1	-10

Z^{-1}						I
4	0	6	0	1	0	40
0	3.7E-17	0	1	0	1	-10
6	0	9	0	1	0	60
0	-1	0	4	0	6	-60
-1	0	-1	0	0	0	-10
0	-1	0	6	0	9	-90



未知数3個
環路電流×3個

$$\mathbf{Z}\ \begin{pmatrix} 1 & 3i & -1 \\ 3i & 0 & -2i \\ -1 & -2i & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{E}\ \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ -10i \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Z}^{-1}\ \begin{pmatrix} 4 & -i & 6 \\ -i & 0 & -i \\ 6 & -i & 9 \end{pmatrix} \quad \mathbf{I}\ \begin{pmatrix} 40-60i \\ -10-10i \\ 60-90i \end{pmatrix}$$

実数のみで表現した連立方程式は、

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ \hline 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{Bmatrix} I_{1r} \\ I_{2r} \\ I_{3r} \\ I_{1i} \\ I_{2i} \\ I_{3i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -10 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} I_{1r} \\ I_{2r} \\ I_{3r} \\ I_{1i} \\ I_{2i} \\ I_{3i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 40 \\ -10 \\ 60 \\ -60 \\ -10 \\ -90 \end{Bmatrix}$$

従って、複素電流は

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} I_{1r}+jI_{1i} \\ I_{2r}+jI_{2i} \\ I_{3r}+jI_{3i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 40-j60 \\ -10-j10 \\ 60-j90 \end{Bmatrix}$$

本郷, 電気回路, p.71, 実教出版

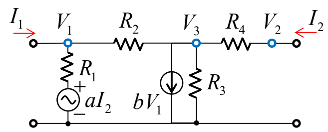
インピーダンス回路の節点解析

【例題6】図の回路にキルヒホッフの電圧則を適用してアドミッタンスマトリクスYを導出せよ。さらに、連立方程式を解いてV_1, V_2, V_3 を求めよ。ただし、a=1, b=2, $R_1=R_4=2\Omega$, $R_2=R_3=1\Omega$, $I_1=I_2=1A$とする。

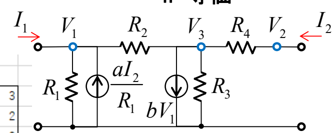
【解答】K. C. L. より

未知数3個
節点電流×3個

$$\begin{cases} \dfrac{1}{R_1}V_1+\dfrac{1}{R_2}(V_1-V_3)=I_1+\dfrac{aI_2}{R_1} \\ \dfrac{1}{R_4}(V_2-V_3)=I_2 \\ \dfrac{1}{R_2}(V_3-V_1)+\dfrac{1}{R_3}V_3+\dfrac{1}{R_4}(V_3-V_2)=-bV_1 \end{cases}$$



‖ 等価



$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2}V_1+(V_1-V_3)=1+\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1}{2}(V_2-V_3)=1 \\ (V_3-V_1)+V_3+\dfrac{1}{2}(V_3-V_2)=-2V_1 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} V_1+2(V_1-V_3)=3 \\ V_2-V_3=2 \\ 2(V_3-V_1)+2V_3+(V_3-V_2)=-4V_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3V_1-2V_3=3 \\ V_2-V_3=2 \\ 2V_1-V_2+5V_3=0 \end{cases}$$

連立方程式を解くと

Y			I
3	0	-2	3
0	1	-1	2
2	-1	5	0

Y^{-1}			E
0.25	0.125	0.125	1
-0.125	1.1875	0.1875	2
-0.125	0.1875	0.1875	0

$$\Rightarrow \underset{\mathbf{Y}}{\begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{bmatrix}} \underset{\mathbf{E}}{\begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{Bmatrix}} = \underset{\mathbf{I}}{\begin{Bmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{Bmatrix}} \qquad \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{Bmatrix}$$