磁場とローレンツ力

v1.5 Apr.2019　　＿＿＿＿＿ 科 ＿＿＿ 年 ＿＿＿ 番　氏名:＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1. 磁束密度と磁場

電界または**電場** (electric field) $\vec{E}$ は，式 (1) のように力の観察点に置かれた**単位電荷** (unit charge) $q=+1$ C に作用する電気力または**クーロン力** (coulomb force) $\vec{F}_{\rm e}$ で定義された。

$$\vec{F}_e = q\vec{E} \qquad (1)$$

同様に力の観察点に置かれた適当なテスト物体に作用する磁気力 $\vec{F}_{\rm m}$ から、その点における**磁場**または**磁束密度** $\vec{B}$ を定義することができる[*1]磁気の根源が電流である[*2]ことを現代科学は既に知っているので，このテスト物体として「運動する荷電粒子=電流」を考える。図 1 に示すように磁場 $\vec{B}$ となす角度 θ で速度 $\vec{v}$ の荷電粒子 q を打ち込み，その軌跡を観察して粒子に働く力 $\vec{F}_{\rm m}$ を求める。この実験では次のことが明らかになっている。

（1）電荷の大きさと速さに比例した。$\Rightarrow F_{\rm m} \propto qv$

（2）磁場の強さに比例した。$\Rightarrow F_{\rm m} \propto B$

（3）$\sin\theta$ に比例した。$\Rightarrow F_{\rm m} \propto \sin\theta$
　　($\theta=90^\circ$ で最大となり，$\theta=0^\circ$ で最小になった)

（4）方向は $\vec{v}$ と $\vec{B}$ がつくる面に垂直であり，正電荷と負電荷では方向が逆であった。

【性質 1】～【性質 3】より，力の大きさに関する式 (2) が得られる。

$$F_{\rm m} = qvB\sin\theta \qquad (2)$$

さらに【性質 4】の力の方向 (図 1 左右) を考慮すると，磁気力 $\vec{F}_{\rm m}$ を次式で表現できる。

$$\vec{F}_{\rm m} = q\vec{v}\times\vec{B} \qquad (3)$$

これと対応する式 (1) の $\vec{E}$ が電界の定義を表していたように，式 (3) の $\vec{B}$ が**磁束密度** (magnetic flux density) または**磁場**の定義となる。強いて言えば，単位電荷 $+1$ C を単位速度 1 m/s で磁場と垂直に入射した際に作用する磁気力の大きさとも言える。もしも図 1 の空間に電界 $\vec{E}$ が同時に存在していれば、荷電粒子 q に働く合計の電磁気力 $\vec{F}$ は電気力 $\vec{F}_{\rm e}$ と磁気力 $\vec{F}_{\rm m}$ の和となり次式で表される。

$$\vec{F} = \vec{F}_{\rm e} + \vec{F}_{\rm m} = q(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B}) \qquad (4)$$

電気力を**クーロン力**と呼ぶのに対して，電気力と磁気力を加えた式 (4) を**ローレンツ力** (Lorentz force) と呼ぶ[*3]。電気力と磁気力は似ているが次のような重要な違いがある。

（1）電気力は電界の方向と同じであるが，磁気力は磁場の方向と垂直な方向に作用する。

（2）電気力は荷電粒子の速度と無関係に作用するが，磁気力は荷電粒子が運動しているときのみに作用する。

（3）電気力は荷電粒子を動かすときに仕事をするが，磁気力は荷電粒子を動かしても仕事をしない。これは荷電粒子の変位 ($\vec{v}$ の方向) と力が常に垂直なためである[*4]。

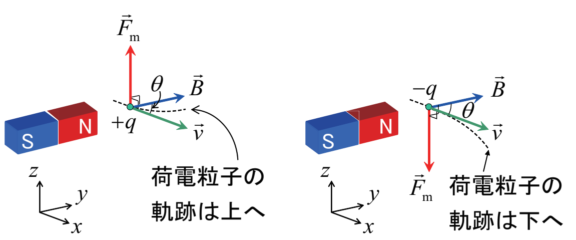

図 1　速度 $\vec{v}$ で運動する荷電粒子 q に働く磁気力 $\vec{F}_{\rm m}$ の方向。速度 $\vec{v}$ と磁場 $\vec{B}$ から成る平面を考えると，力 $\vec{F}_{\rm m}$ はその面の法線方向に働く。電荷の符号が負だと力も逆向きになる (右)。電界 $\vec{E}$ は固定電荷 Q によって生じたように，磁場 $\vec{B}$ は磁石によって発生しているとする。

図 2 にローレンツ力の式の説明を示す。考えている空間が静磁場のときは $\vec{E}=0$ とし，静電場のときは $\vec{B}=0$ とすればよい。

2. 磁束 (磁場の流束)

図 3 に示すように磁場 $\vec{B}$ が面 S に対して斜めに貫く状態を考える。そして面 S 上の微小面積 ds において、$\vec{B}$ と $d\vec{s}$ (大きさ ds で面に垂直な外向き方向 $\hat{n}$ を有するベクトル) の内積[*5]を考える。

$$\vec{B}\bullet d\vec{s} = Bds\cos\theta \qquad (5)$$

であるから，図 3(a) の投影磁場 B' と面積 ds の積または、図 3(b) の磁場 B と投影面積 ds' の積どちらも式 (5) を表現している。このように面に垂直なベクトル成分と面積の積は**流束**または **Flux:フラックス**と呼ばれる物理量である[*6]。この流束を面 S 全体で求めるには、式 (5) を面全体で総和すればよいので，

$$\Phi_m = \int_S \vec{B}\bullet d\vec{s} \qquad (6)$$

となる。式 (6) は磁場の流束であるから略して**磁束** (magnetic flux) と呼ぶ。磁束の単位は [Wb](ウェーバーと読む) が使われる。同様にして，**電束** (electric flux)「電束密度 $\vec{D}$ の流束」は次式で計算される。

$$\Phi_e = \int_S \vec{D}\bullet d\vec{s} \qquad (7)$$

電束の単位には電荷と同じ [C](クーロン) が使われる。図 4 に磁束の式の説明を示す。

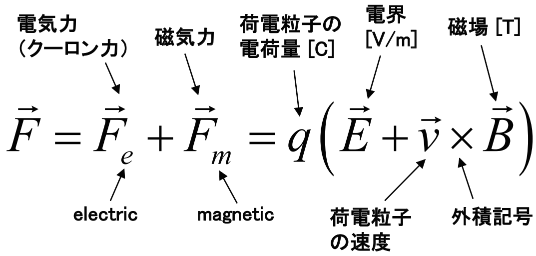

図 2　ローレンツ力の式の説明

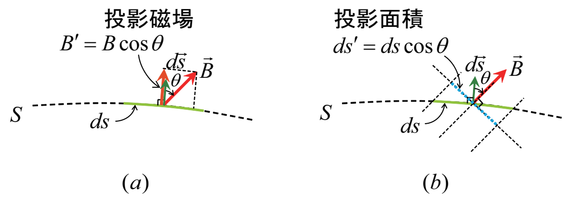

図 3　面 S に対して磁場 $\vec{B}$ が斜めに貫く状態。ただし，$d\vec{s}=ds\hat{n}$ であり $\hat{n}$ は S と垂直な外向き単位ベクトルである。(a) は微小面積 ds を $\vec{B}$ に垂直に投影した場合を示し，(b) は微小面積 ds を $\vec{B}$ に平行に投影した場合を示す。

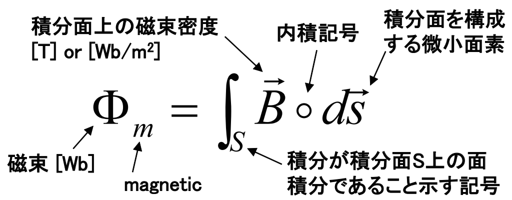

図 4　磁束の式の説明

[*1] 単位磁荷に作用する磁気力を使って磁界 $\vec{H}$ を定義することもできるが、単独磁荷は現科学で見つかっていないことがこの定義方法の難点である。

[*2] 身近にある磁石も原子レベルで考えると，方向がうまく揃った沢山の電子の自転/公転運動 (= 電流) によって磁場を発している。

[*3] 磁気力と磁場は直交しているので，電気力と電界の関係のように直感的に表せないのがこの方法の難点である。

[*4] 磁石の N 極どうしを強引に引っ付けたり，N 極と S 極を引き離すときは当然仕事をしている。ただし，これは電荷が仕事をしたのではなく，運動する電荷の塊 (磁石) を持っている人間が磁気力 $\vec{F}_{\rm m}$ の方向に仕事をしたのである。

[*5] $\vec{B}$ の垂直成分 $B\cos\theta$ と ds の積のこと。

[*6] 例えば，最も身近な流束の例として日射量が挙げられる。太陽光の実質的な強さ (日射量) は、手のひら (面) と太陽光線 (ベクトル) の角度が 90 度のとき最大となる。0 度のとき太陽光線は素通りして手のひらは熱くならない。