

# 磁場とローレンツ力 (演習問題)

v4.2 Nov.2023

番号: \_\_\_\_\_ 氏名: \_\_\_\_\_

1. ◇ 速度  $v = 10^6$  m/s の電子が磁束密度  $B = 10^{-4}$  T の一様な磁場の中へ磁場に垂直に入射したとき、電子に働く力を求めよ。またこのときの円運動の半径 (Larmor radius; ラーマ半径, ラーマー半径, ラモア半径, ラーモア半径などと呼ぶ) はいくらか。<sup>\*1</sup>
2. ♡ 速度  $v = 10^6$  m/s の電子が、磁束密度  $B = 4 \times 10^{-5}$  T の地球磁場の中で、磁力線に対し  $60^\circ$  の角度で斜め入射したとき、次の値を求めよ。(1) ラーマ半径  $r$  (2) サイクロトロン周波数  $f$  (3) ピッチ  $p$  <sup>\*2</sup>
3. ♡  $S = 5 \text{ cm}^2$  の平面に対して、面の法線  $\hat{n}$  から  $30^\circ$  の角度で  $\Phi = 4.36 \times 10^{-4}$  Wb の磁束が通るとき、面に垂直な方向の磁束密度  $B$  [T] はいくらか。<sup>\*3</sup>
4. ♡ 加速電圧  $V$  [V] で加速された電子が、磁束密度  $B$  [T]、軸方向の長さ  $a$  [m] の偏向磁界に入ってきたとき、蛍光面での輝点の変位  $D$  [m] を求めよ。ただし、偏向磁界を発生させる偏向コイルの中心から蛍光面までの距離を  $L$  [m] とする。<sup>\*4</sup>
5. ♡ 一様な電界と磁束密度がそれぞれ  $y$  軸と  $z$  軸の負の方向を向いている。電子が  $xy$  面上で、任意の方向に速度  $v$  で運動しているときの運動方程式を求めよ。つぎに、原点における電子の初速度をゼロとして、運動する電子の軌跡を求めよ。<sup>\*5</sup>
6. 次の場合に働く力を求めよ。ただし、荷電粒子の電荷を  $q$ 、速度を  $\vec{v}$ 、磁束密度を  $\vec{B}$  とする。<sup>\*6</sup> (1)  $\vec{v} = 2\hat{x}$  [m/s],  $q = 1 \text{ C}$ ,  $\vec{B} = 3\hat{y}$  [T] (2)  $\vec{v} = -3\hat{x}$  [m/s],  $q = -4 \text{ C}$ ,  $\vec{B} = 2\hat{y}$  [T] (3) 速度  $\vec{v} = \hat{x}$  [m/s],  $q = 2 \text{ C}$ ,  $\vec{B} = 2\hat{y} - \hat{z}$  [T]
7. 速度  $v$  [m/s] の電子  $-e$  [C] が磁束密度  $B$  [T] の一様な磁場の中へ磁場に垂直に入射したとき、電子に働く力と円運動の半径を求めよ。また、電子の投入方向を  $y$  軸、磁場を  $z$  軸にとったとき、電子が曲がる方向を答えよ。<sup>\*7</sup>
8. 地球を巨大磁石に例えると、北極は磁石の何極に相当するか。また、地磁気はどのような役割を担っているかローレンツ力で説明せよ。<sup>\*8</sup>
9. 磁束とは何の略語か。また、その定義を数式を用いて説明せよ。<sup>\*9</sup>
10. ベクトル形のローレンツ力からスカラー形のローレンツ力を導出し、図を用いて各変数をすべて説明せよ。<sup>\*10</sup>
11. 手のひらを水平にして上に向けたとき、真夏と真冬における西日本の太陽流束の差は何倍か求めよ。<sup>\*11</sup>
12. ♠ 磁場内で運動する電子の円運動の周期に対応する周波数  $f$  [Hz] を求めよ。ただし、磁束密度は  $B = 0.1 \text{ T}$ 、電子の素電荷  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ 、電子の質量は  $m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$  とする。<sup>\*12</sup> (好村, 光と電波, pp.135-136, 培風館)
13. ♠ 放射光 (シンクロトロン放射) とその応用例について説明せよ。<sup>\*13</sup>
14. ♠  $B = 0.35 \text{ T}$ ,  $r = 0.5 \text{ m}$  のサイクロトロン内で陽子が持ちうる最大運動エネルギーを求めよ。<sup>\*14</sup> (Serway, 科学者と技術者のための物理学 III 電磁気学, pp.845-846)

## ★ 公式集

$$\vec{F}_e = q\vec{E}, \text{ 電気力 (クーロン力)}, \quad \vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}, \text{ 磁気力} \quad (1)$$

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \quad \text{ローレンツ力} \quad (2)$$

流束 (電束と磁束)

$$\Phi_e = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{s}, \quad \text{電束 (電場の流束) [C]} \quad (3)$$

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}, \quad \text{磁束 (磁場の流束) [Wb]} \quad (4)$$

円運動

$$\vec{v} = r\omega\hat{\phi}, \quad \text{速度 [m/s]} \quad (5)$$

ただし、 $\hat{\phi}$  は円の接線方向で左回りの単位ベクトルを示す。

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = v\omega(-\hat{r}) = r\omega^2(-\hat{r}) = \frac{v^2}{r}(-\hat{r}), \quad \text{加速度 [m/s}^2] \quad (6)$$

ただし、 $\hat{r}$  は円の中心  $O$  から外に向かう単位ベクトルを示す。

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi r}{r\omega} = \frac{2\pi}{\omega}, \quad \text{周期 [s]} \quad (7)$$

<sup>\*6</sup> 答え:  $6\hat{z}$  [N],  $24\hat{z}$  [N],  $4\hat{z} + 2\hat{y}$  [N]

<sup>\*7</sup> 答え:  $qvB$ ,  $\frac{mv^2}{qvB}$ ,  $\hat{x}$

<sup>\*8</sup> 答え:  $S$  極, 太陽風 (イオン化したプラズマ粒子ガス) 直撃からの保護

<sup>\*9</sup> 答え: 磁場の流束, 面に垂直なベクトル成分と面積との積

<sup>\*10</sup> 答え: 略

<sup>\*11</sup> 答え: 1.78 倍

<sup>\*12</sup> 答え: 2.8 GHz

<sup>\*13</sup> 答え: 略

<sup>\*14</sup> 答え:  $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2 B^2 r^2}{2m} = 1.46 \text{ MeV}$

<sup>\*1</sup> 答え:  $1.602 \times 10^{-17} \text{ N}$ ,  $5.686 \times 10^{-2} \text{ m}$

<sup>\*2</sup> 答え: (1) 0.123 m (2) 1.119 MHz (3) 0.4465 m

<sup>\*3</sup> 答え: 0.755 T

<sup>\*4</sup> 答え:  $BaL\sqrt{\frac{e}{2mV}}$  [m]

<sup>\*5</sup> 答え:  $y = \frac{E}{\omega_c B}(1 - \cos \omega_c t)$  [m],  $x = \frac{E}{\omega_c B}(\omega_c t - \sin \omega_c t)$  [m]