

磁場とローレンツ力 (演習問題)

v3.8 Mar.2022

凡例: ◇ 教科書 ♡ 演習書 ♠ 他文献

番号: _____ 氏名: _____

1. ◇ 速度 $v = 10^6$ m/s の電子が磁束密度 $B = 10^{-4}$ T の一様な磁場の中へ磁場に垂直に入射したとき、電子に働く力を求めよ。またこのときの円運動の半径 (Larmor radius; ラーマ半径, ラーマー半径, ラモア半径, ラーモア半径などと呼ぶ) はいくらか。^{*1}
2. ♡ 速度 $v = 10^6$ m/s の電子が、磁束密度 $B = 4 \times 10^{-5}$ T の地球磁場の中で、磁力線に対し 60° の角度で斜め入射したとき、次の値を求めよ。(1) ラーマ半径 r (2) サイクロトロン周波数 f (3) ピッチ p ^{*2}
3. ♡ $S = 5$ cm² の平面に対して、面の法線 \hat{n} から 30° の角度で $B = 4.36 \times 10^{-4}$ T の磁束が通るとき、面に垂直な方向の磁束密度はいくらか。^{*3}
4. ♡ 加速電圧 V [V] で加速された電子が、磁束密度 B [T]、軸方向の長さ a [m] の偏向磁界に入ってきたとき、蛍光面での輝点の変位 D [m] を求めよ。ただし、偏向磁界を発生させる偏向コイルの中心から蛍光面までの距離を L [m] とする。^{*4}
5. ♡ 一様な電界と磁束密度がそれぞれ y 軸と z 軸の負の方向を向いている。電子が xy 面上で、任意の方向に速度 v で運動しているときの運動方程式を求めよ。つぎに、原点における電子の初速度をゼロとして、運動する電子の軌跡を求めよ。^{*5}
6. 次の場合に働く力を求めよ。ただし、荷電粒子の電荷を q 、速度を \vec{v} 、磁束密度を \vec{B} とする。^{*6} (1) $\vec{v} = 2\hat{x}$ [m/s], $q = 1$ C, $\vec{B} = 3\hat{y}$ [T] (2) $\vec{v} = -3\hat{x}$ [m/s], $q = -4$ C, $\vec{B} = 2\hat{y}$ [T] (3) 速度 $\vec{v} = \hat{x}$ [m/s], $q = 2$ C, $\vec{B} = 2\hat{y} - \hat{z}$ [T]
7. 地球を巨大磁石に例えると、北極は磁石の何極に相当するか。また、地磁気はどのような役割を担っているかローレンツ力で説明せよ。^{*7}
8. 磁束とは何の略語か。また、その定義を数式を用いて説明せよ。^{*8}
9. ベクトル形のローレンツ力からスカラー形のローレンツ力を導出し、図を用いて各変数をすべて説明せよ。^{*9}
10. 手のひらを水平にして上に向けたとき、真夏と真冬における西日本の太陽流束の差は何倍か求めよ。^{*10}
11. ♠ 磁場内で運動する電子の円運動の周期に対応する周波数 f [Hz] を求めよ。ただし、磁束密度は $B = 0.1$ T、電子の素電荷 $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C、電子の質量は $m = 9.11 \times 10^{-31}$ kg とする。^{*11} (好村, 光と電波, pp.135-136, 培風館)
12. ♠ 放射光 (シンクロトロン放射) とその応用例について説明せよ。^{*12} 集
13. ♠ $B = 0.35$ T, $r = 0.5$ m のサイクロトロン内で陽子が持ちうる最大運動エネルギーを求めよ。^{*13} (Serway, 科学者と技術者のための物理学 III 電磁気学, pp.845-846)

★ 公式集

$$\vec{F}_e = q\vec{E}, \quad \text{電気力 (クーロン力)}, \quad \vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}, \quad \text{磁気力} \quad (1)$$

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \quad \text{ローレンツ力} \quad (2)$$

流束 (電束と磁束)

$$\Phi_e = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{s}, \quad \text{電束 (電場の流束) [C]} \quad (3)$$

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}, \quad \text{磁束 (磁場の流束) [Wb]} \quad (4)$$

円運動

$$\vec{v} = r\omega\hat{\varphi}, \quad \text{速度 [m/s]} \quad (5)$$

ただし、 $\hat{\varphi}$ は円の接線方向で左回りの単位ベクトルを示す。

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = v\omega(-\hat{r}) = r\omega^2(-\hat{r}) = \frac{v^2}{r}(-\hat{r}), \quad \text{加速度 [m/s}^2] \quad (6)$$

ただし、 \hat{r} は円の中心 O から外に向かう単位ベクトルを示す。

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi r}{r\omega} = \frac{2\pi}{\omega}, \quad \text{周期 [s]} \quad (7)$$

^{*1} 答え: 1.602×10^{-17} N, 5.686×10^{-2} m

^{*2} 答え: (1) 0.123 m (2) 1.119 MHz (3) 0.4465 m

^{*3} 答え: 0.755 T

^{*4} 答え: $BaL\sqrt{\frac{e}{2mV}}$ [m]

^{*5} 答え: $y = \frac{E}{\omega_c B}(1 - \cos \omega_c t)$ [m], $x = \frac{E}{\omega_c B}(\omega_c t - \sin \omega_c t)$ [m]

^{*6} 答え: $6\hat{z}$ [N], $24\hat{z}$ [N], $4\hat{z} + 2\hat{y}$ [N]

^{*7} 答え: S 極, 太陽風 (イオン化したプラズマ粒子ガス) 直撃からの保護

^{*8} 答え: 磁場の流束, 面に垂直なベクトル成分と面積との積

^{*9} 答え: 略

^{*10} 答え: 1.78 倍

^{*11} 答え: 2.8 GHz

^{*12} 答え: 略

^{*13} 答え: $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2 B^2 r^2}{2m} = 1.46$ MeV