ビオ-サバールの法則 (演習問題)

v3.4 Mar.2022　　凡例: ♢ 教科書 ♡ 演習書 ♠ 他文献　　番号:＿＿＿＿＿＿＿　氏名:＿＿＿＿＿＿＿

1. ♡ xy 平面上において，y 軸上原点に微小長さ Δl の電流 I[A] が流れている。次の各点の磁束密度を求めよ。(1) (x,y)=$(0,2)$ (2) (x,y)=$(0,-3)$ (3) (x,y)=$(3,0)$ (4) (x,y)=$(1,1)$ (5) (x,y)=$(-2,1)$ [*1]

2. ♢ 一辺が a の正方形コイルに時計回りに電流 I を流したとき，コイル中心の磁束密度ベクトルを求めよ。ただし，x 軸上を流れる有限長直線電流 ($x=-l_2$ から $x=+l_1$) が y 軸上の距離 a の位置につくる磁場は次式 (1) で与えられる。[*2]

$$\vec{B}=\frac{\mu_0 I\hat{z}}{4\pi a}\left(\frac{l_1}{\sqrt{a^2+l_1^2}}+\frac{l_2}{\sqrt{a^2+l_2^2}}\right) \tag{1}$$

3. ♢ x 軸上を流れる有限長直線電流が，y 軸上で原点 O から a [m] 離れた点 P に作る磁束密度ベクトル $\vec{B}_P$ が式 (1) で表されることを示せ。[*3]

4. ♡ 点電荷 q [C] が z 軸に沿って v [m/s] ($v \ll c$) で等速度運動しているときの磁束密度を求めよ。[*4]

5. ♡ 半径 a の円環コイルに電流 I が流れている。コイルの中心軸上で高さ z の位置の磁場を求めよ。[*5]

6. ♢ 半径 a [m] の円形コイルを鉛直に立て，コイルを含む面を南北に平行にして，磁針をコイルの中心に置く。このコイルに I [A] を流したとき，磁針の振れ θ を求めよ。ただし，地球磁場の水平成分の磁束密度を B_0 [T]，コイルの巻数を N とする。[*6]

7. ♢ 半径 a の 2 つの円環コイルが間隔 a で平行に置かれている。両コイルには同じ方向に電流 I が流れている。コイル 1 の中心および，両コイルの中心軸上の中点の磁場を求めよ。また，両コイルの中点の磁場の大きさを基準としたとき，コイル 1 の中心の磁場の大きさとの差は何パーセントか。[*7]

8. ♢ 表面電荷密度 σ [C/m^2] で一様に帯電した半径 a [m] の導体球が軸のまわりに角速度 ω [rad/s] で回転している。球の中心の磁束密度を求めよ。[*8]

9. ♡ 有限長ソレノイドに電流 I [A] が流れているとき，中心軸上の磁界の磁束密度を求めよ。ただし，ソレノイドの断面は円形で，その半径を a [m]，ソレノイドの長さを l [m]，単位長さあたりの巻数を n [回/m] とする。[*9]

10. ベクトル形のビオ-サバールの法則からスカラー形のビオ-サバールの法則を導出せよ。[*10]

11. 半径 $r=10$ mm の円形ループ電流に $I=20$ A の電流を流したとき，ループ中心の磁束密度 B を真空の透磁率 μ_0 で割った値を求めよ。[*11]

12. ♠ 一辺が b の正三角形コイルに電流 I を流したとき，コイル中心の磁場 B を求めよ。[*12] (後藤，詳解電磁気学演習，p.227，共立出版)

13. ♠ xy 平面上に図 1 に示すような形状の電流があり，それぞれに電流 I が流れている。ループ A は半径 a の円であり，ループ B は O を同心とした 2 つの 1/4 円からなり，その内半径は a，外半径は b である。ループ C は半径 a の半円と直線，ループ D は半径 a の半円と半径 b の半円，ループ E は半径 a で角度 θ の扇状，ループ F は半径 r_1, r_2, r_3 の円弧からなり，そのなす角は $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ である。原点 O における磁場 $\vec{B}$ の大きさと方向を求めよ。[*13]

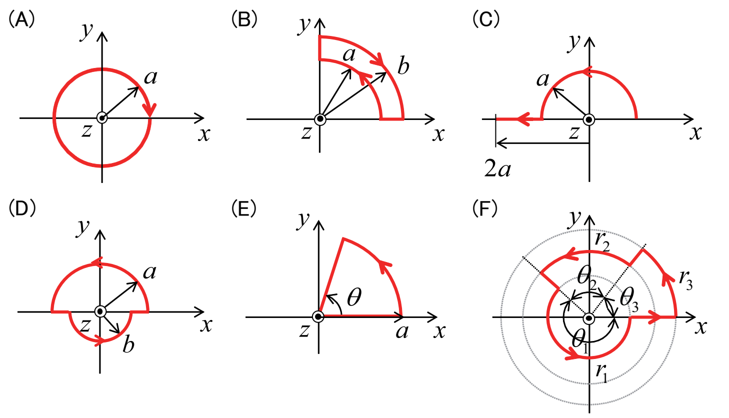

図 1　平面上のループ電流が z 軸上に作る磁束密度

★ 公式集

ビオ-サバールの法則

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}, \qquad Id\vec{l}:\text{微小電流素ベクトル},\ r:\text{磁場観測点} \tag{2}$$

[*1] 答え：(1) 0, (2) 0, (3) $\frac{\mu_0 I\Delta l}{36\pi}$, (4) $\frac{\mu_0 I\Delta l}{8\sqrt{2}\pi}$, (5) $\frac{\sqrt{3}\mu_0 I\Delta l}{40\pi}$

[*2] 答え：$\frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi a}\otimes$　(ヒント：有限長直線電流が作る磁場を 4 倍する)

[*3] 答え：x についての積分か，ϕ に関する積分か，θ に関する積分をする。

[*4] 答え：$\frac{\mu_0 qv\sin\theta}{4\pi r^2}$　(ヒント：$I=qnSv$ または，$Idl=qv$)

[*5] 答え：$\frac{\mu_0 Ia^2}{2(z^2+a^2)^{3/2}}$ [T]

[*6] 答え：$\tan^{-1}\frac{\mu_0 NI}{2aB_0}$

[*7] 答え：$\frac{4+\sqrt{2}}{8}\frac{\mu_0 I}{a}\simeq 0.677\frac{\mu_0 I}{a}$, $\frac{8}{5\sqrt{5}}\frac{\mu_0 I}{a}\simeq 0.716\frac{\mu_0 I}{a}$, 5.45 %

[*8] 答え：$\frac{2}{3}\mu_0\sigma\omega a$

[*9] 答え：$\frac{\mu_0 nI}{2}\left(\frac{d+l/2}{\sqrt{(d+l/2)^2+a^2}}-\frac{d-l/2}{\sqrt{(d-l/2)^2+a^2}}\right)$ [T]

[*10] 答え：$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}, \rightarrow dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$

[*11] 答え：1×10^3 A/m

[*12] 答え：$\frac{9\mu_0 I}{2\pi b}$

[*13] 答え：(A) $\frac{\mu_0 I}{2a}(-\hat{z})$ (B) $\frac{\mu_0 I}{8}\left(\frac{b-a}{ab}\right)\hat{z}$, (C) $\frac{\mu_0 I}{4a}\hat{z}$, (D) $\frac{\mu_0 I}{4}\left(\frac{a+b}{ab}\right)\hat{z}$, (E) $\frac{\mu_0 I\theta}{4\pi a}$, (F) $\frac{\mu_0 I}{4\pi}(\frac{\theta_1}{r_1}+\frac{\theta_2}{r_2}+\frac{\theta_3}{r_3})\hat{z}$