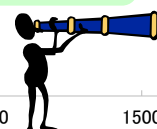


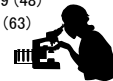
ビオ-サバールの法則


1st 2011/04/25
Lst 2022/01/29

電磁気学の偉人マップ

$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{s}$ アンペア-マクスウェルの法則 $c = 2.99792458 \times 10^8$ [m/s] ミリカン 1868-1953 (85)
光速
 $e = 1.60217733 \times 10^{-19}$ [C] ヘルツ 1857-1894 (37)
素電荷 テスラ 1856-1943 (87)
 トムソン 1856-1940 (84)
 $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial B}{\partial t} \cdot d\vec{s}$ ファラデーの法則 $\vec{F} = \vec{I} \times \vec{B}$ フレミング左手則 $\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})$ ローレンツ力
 ローレンツ 1853-1928 (75)
 フレミング 1849-1945 (96)
 マクスウェル 1831-1879 (48)
 $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$ ガウスの法則 $\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$ フレミング右手則 $\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$ キルヒホッフ 1824-1887 (63)
 レンツ 1804-1865 (61)
 ヘンリー 1797-1878 (81)
 $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$ $R = \rho \frac{l}{S}$ $C = \frac{Q}{V}$ $L = \frac{\phi}{I}$ $\vec{F}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \hat{r}$ クーロンの法則 $I = \frac{dQ}{dt}$ $E = IR$ オームの法則
 フアラデー 1791-1867 (76)
 サバール 1791-1841 (50)
 オーム 1789-1854 (65)
 ガウス 1777-1855 (78)
 エルステッド 1777-1851 (74)
 アンペール 1775-1836 (61)
 ビオ 1774-1862 (88)
 ボルタ 1745-1827 (82)
 クーロン 1736-1806 (70)
 キャベンディッシュ 1731-1810 (79)
 平賀源内 1728-1780 (52)
 フランクリン 1706-1790 (84)
 デュ・フェ 1698-1739 (41)
 ギルバート 1544-1603 (59)
 ※知恵はバトンリレーのように繋がって行く...

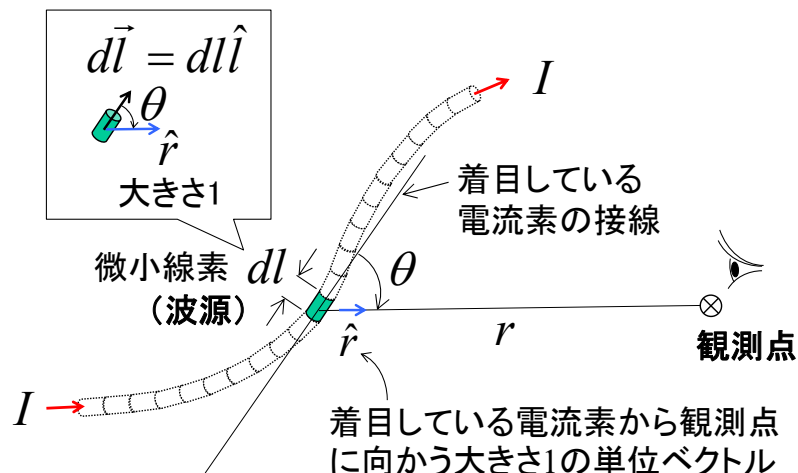
マクロの観察/観測


ミクロの観察/観測


どんな偉人も先達の努力・知恵・発見を利用させてもらっている


1400 1500 1600 1700 1800 1900 2000
 1639 宗教・外交・貿易制限 (いわゆる鎖国) 1854

ビオ-サバールの法則①



ビオ-サバールの法則②

観測点における磁束密度Bには、次の法則があった。

- (1) 電流の大きさに比例した。 $\propto I$
- (2) 電流素の長さに比例した。 $\propto dl$
- (3) 観測点までの距離の2乗に反比例した。 $\propto r^{-2}$
- (4) 電流の方向と観測点との開き角度に関係があった。 $\propto \sin \theta$
- (5) 方向は電流素の接線から観測点の方向に外積を取った方向であった。 $\propto d\hat{l} \times \hat{r}$

ビオ-サバールの法則③

【ベクトル形】

観測点における磁束密度ベクトル

まとめて電流素

電流 微小線素ベクトル

外積(電流を観測点に向かう方向とその直交方向に分離し、直交成分の方をとる)

電流素から観測点に向かう単位ベクトル

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

SI単位系で定義された定数 (μ_0 は真空の透磁率)

電流素から観測点までの距離

[Wb/m²] = [H/m] × [A・m] ÷ [m²]

ビオ-サバールの法則④

【スカラー形】

観測点における磁束密度

まとめて電流素

電流 微小線素

電流と観測点の方向とのなす角度

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2}$$

SI単位系で定義された定数 (μ_0 は真空の透磁率)

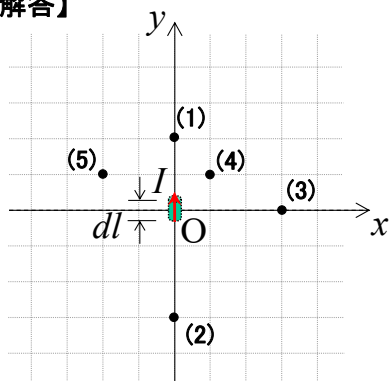
電流素から観測点までの距離

[Wb/m²] = [H/m] × [A・m] ÷ [m²]

微小電流が任意の点に作る磁場①

【演習】xy平面上において、y軸上原点に微小長さ Δl [m]の電流 I[A]がy軸正方向に向かって流れている。次の各点の磁束密度を求めよ。(1) (x, y)=(0, 2) (2) (x, y)=(0, -3) (3) (x, y)=(3, 0) (4) (x, y)=(1, 1) (5) (x, y)=(-2, 1) (演習書, 例題6.5改)

【解答】



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

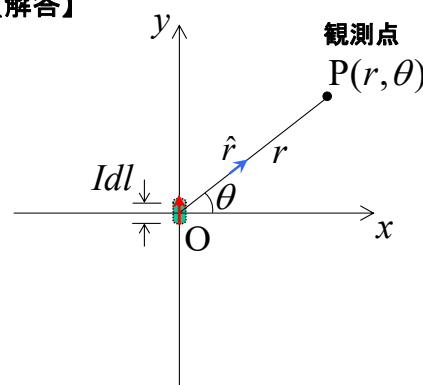
- (1) $d\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin 0^\circ}{2^2} (-\hat{z}) = 0$
- (2) $d\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin 180^\circ}{3^2} (-\hat{z}) = 0$
- (3) $d\vec{B}_3 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin 90^\circ}{3^2} (-\hat{z}) = \frac{\mu_0 Idl}{36\pi} (-\hat{z})$
- (4) $d\vec{B}_4 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin 45^\circ}{\sqrt{2}^2} (-\hat{z}) = \frac{\mu_0 Idl}{8\sqrt{2}\pi} (-\hat{z})$
- (5) $d\vec{B}_5 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \frac{2}{\sqrt{5}}}{\sqrt{5}^2} \hat{z} = \frac{\mu_0 Idl}{10\sqrt{5}\pi} \hat{z}$

答え (1) 0 (2) 0 (3) $\frac{\mu_0 I \Delta l}{36\pi} (-\hat{z})$ (4) $\frac{\mu_0 I \Delta l}{8\sqrt{2}\pi} (-\hat{z})$ (5) $\frac{\mu_0 I \Delta l}{10\sqrt{5}\pi} \hat{z}$

微小電流が任意の点に作る磁場②

【例題】微小長さ Δl [m]に電流 I [A]が流れている。点P(r, θ)の磁束密度を求めよ。(演習書, 例題6.5)

【解答】



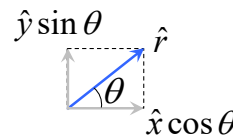
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\begin{cases} \hat{r} = \hat{x} \cos \theta + \hat{y} \sin \theta \\ d\vec{l} = dl \hat{y} \end{cases}$$

$$d\vec{l} \times \hat{r} = dl \hat{y} \times (\hat{x} \cos \theta + \hat{y} \sin \theta) = dl \cos \theta (-\hat{z})$$

又は,

$$d\vec{l} \times \hat{r} = dl \cdot 1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) (-\hat{z}) = dl \cos \theta (-\hat{z})$$



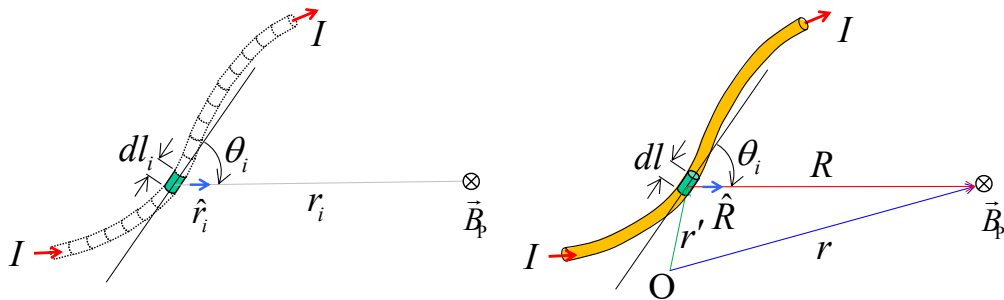
答え $d\vec{B} = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2} \cos \theta (-\hat{z})$

磁場の重ね合わせの原理

【ベクトル形】

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\sum_i d\vec{B}_i = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l}_i \times \hat{r}_i}{r_i^2} \quad \int_C d\vec{B} = \int_C \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{R}}{R^2}$$

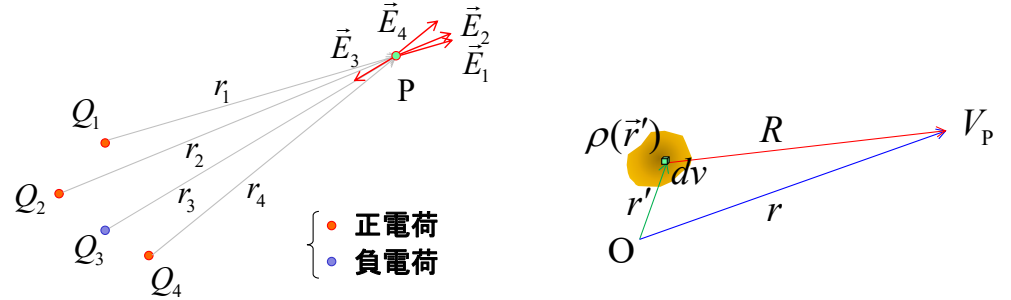


電界の重ね合わせの原理

【ベクトル形】

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r^2} \hat{r}$$

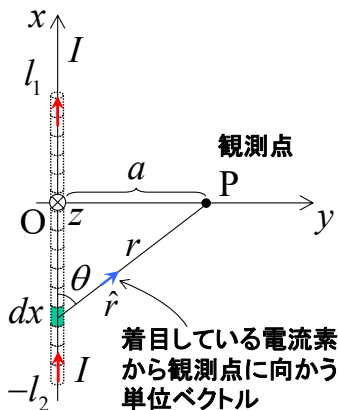
$$\sum_i d\vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r_i^2} \hat{r}_i \quad \int_V d\vec{E} = \int_V \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho dv}{R^2} \hat{R}$$



ビオ-サバールの法則の例題1

【例題】x軸上を流れる有限長直線電流が、y軸上でa離れた位置にある観測点Pに作られる磁束密度の大きさを求めよ。

【解答】



解法1(オーソドックスな方法)

変数をすべてxのみの関数に書き換える。

$$\begin{cases} \sin \theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}} \\ r = \sqrt{a^2 + x^2} \end{cases}$$

$$dB_P = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dx \sin \theta}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{a}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} dx$$

これをx=-l2からphi=+l1で積分する。即ち、

$$B_P = \int_{-l_2}^{l_1} dB_P = \int_{-l_2}^{l_1} \frac{\mu_0 I a}{4\pi (a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} dx$$

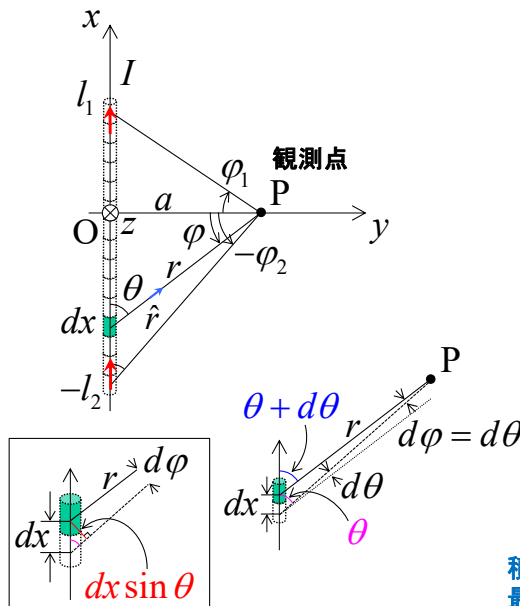
ここで、次の積分公式を使う。

$$\int \frac{1}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} dx = \frac{x}{a^2 \sqrt{a^2 + x^2}} + C$$

答え $B_P = \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \left(\frac{l_1}{a^2 \sqrt{a^2 + l_1^2}} + \frac{l_2}{a^2 \sqrt{a^2 + l_2^2}} \right) \hat{z}$

ビオ-サバールの法則の例題1'

【別解】観測点Pにおける磁束密度の大きさを求めよ。



解法2(教科書の解法)

変数をすべてphiのみの関数に書き換える。

$$\begin{cases} r \cos \phi = a \rightarrow r = \frac{a}{\cos \phi} \\ dx \sin \theta = r d\phi \end{cases}$$

$$dB_P = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dx \sin \theta}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{r d\phi}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\phi}{r} = \frac{\mu_0 I \cos \phi}{4\pi a} d\phi$$

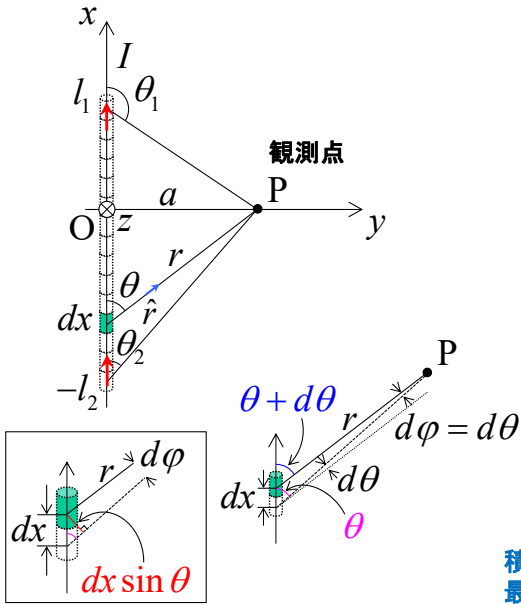
これをphi=-phi2からphi=+phi1で積分する。即ち、

$$B_P = \int_{-\phi_2}^{\phi_1} dB_P = \int_{-\phi_2}^{\phi_1} \frac{\mu_0 I \cos \phi}{4\pi a} d\phi$$

積分公式は不要になるが、phiを新たに定義し、最終的に置き換えを元に戻す必要がある。

13 ビオ-サバールの法則の例題1”

【別解】観測点Pにおける磁束密度の大きさを求めよ。



解法3
変数をすべて θ のみの関数に書き換える。

$$\begin{cases} r \sin \theta = a \longrightarrow r = \frac{a}{\sin \theta} \\ dx \sin \theta = rd\theta \end{cases}$$

$$dB_P = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dx \sin \theta}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{rd\theta}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\theta}{r} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\sin \theta}{a} d\theta$$

これを $\theta = \theta_2$ から $\theta = \theta_1$ で積分する。即ち、

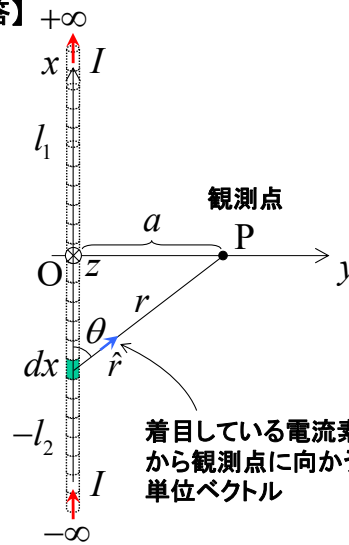
$$B_P = \int_{\theta_2}^{\theta_1} dB_P = \int_{\theta_2}^{\theta_1} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\sin \theta}{a} d\theta$$

積分公式は不要になるが、 θ を新たに定義し、最終的に置き換えを元に戻す必要がある。

14 無限長直線電流が作る磁場

【例題】x軸上を流れる無限長直線電流がy軸上でa離れた位置にある観測点Pに作られる磁束密度ベクトルを求めよ。

【解答】



$$\vec{B}_P = \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \left(\frac{l_1}{a^2 \sqrt{a^2 + l_1^2}} + \frac{l_2}{a^2 \sqrt{a^2 + l_2^2}} \right) \hat{z}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\frac{l_1}{\sqrt{a^2 + l_1^2}} + \frac{l_2}{\sqrt{a^2 + l_2^2}} \right) \hat{z}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\frac{1}{\sqrt{(a/l_1)^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{(a/l_2)^2 + 1}} \right) \hat{z}$$

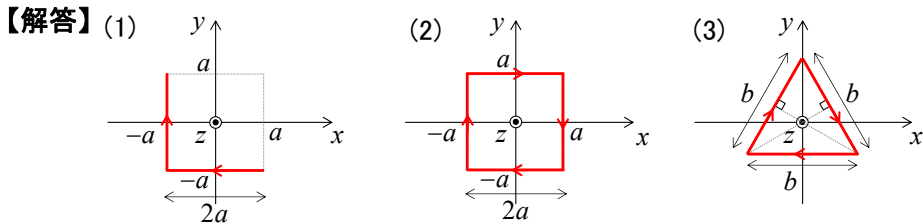
$l_1, l_2 \rightarrow \infty$ の極限を取ると、

$$\lim_{l_1, l_2 \rightarrow \infty} \vec{B}_P = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{1}{2} \hat{z} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \hat{z}$$

答え $\vec{B}_P = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \hat{z}$

15 有限長直線電流が作る磁場

【演習】xy平面上にループ電流がある。原点の磁束密度ベクトルを求めよ。



ヒント：x軸上を流れる有限長電流1本がy軸上で原点からa離れた位置に作る磁場の式

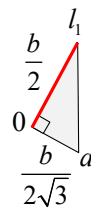
$$\vec{B}_P = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\frac{l_1}{\sqrt{a^2 + l_1^2}} + \frac{l_2}{\sqrt{a^2 + l_2^2}} \right) \hat{z} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\frac{1}{\sqrt{(a/l_1)^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{(a/l_2)^2 + 1}} \right) \hat{z}$$

において、 $l_1 \rightarrow a$ 、 $l_2 \rightarrow a$ で置き換える。あとは対称性を考慮して重ね合わせる。

(1)なら、1本あたりの電流が作る磁場は

$$\vec{B}_P = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) (-\hat{z}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\frac{2}{\sqrt{2}} \right) (-\hat{z})$$

これが2本あるので2倍する。

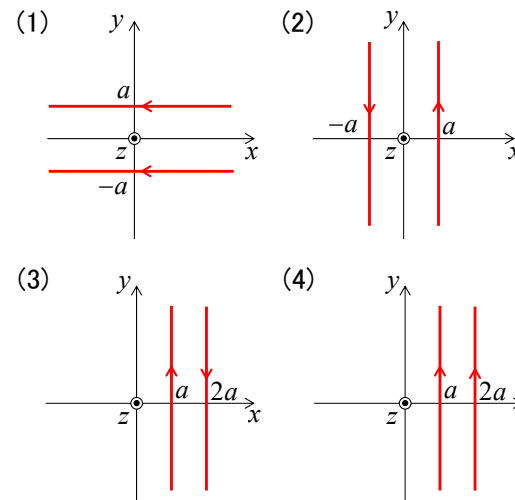


答え (1) $\vec{B}_P = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi a} (-\hat{z})$ (2) $\vec{B}_P = \frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi a} (-\hat{z})$ (3) $\vec{B}_P = \frac{9\mu_0 I}{2\pi b} (-\hat{z})$

16 無限長直線電流が作る磁場

【演習】無限長直線電流が図のように流れているとき、原点に作る磁束密度ベクトルを求めよ。

【解答】



x軸上を流れる有限長電流1本がy軸上で原点からa離れた位置に作る磁場は

$$\vec{B}_P = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \hat{z}$$

あとは方向に注意して重ね合わせ。

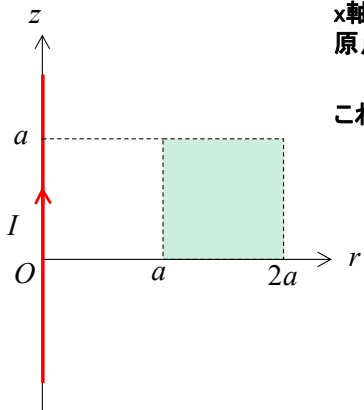
答え (1) $\vec{B}_P = 0$ (2) $\vec{B}_P = \frac{\mu_0 I}{\pi a} \hat{z}$

(3) $\vec{B}_P = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \hat{z}$ (4) $\vec{B}_P = \frac{3\mu_0 I}{4\pi a} \hat{z}$

磁束の計算

【例題】z軸上を流れる無限長直線電流がある。アンペアの法則を使わずに、 $r=a$ から $r=2a$ および $z=a$ で囲まれた部分を貫く磁束を求めよ。

【解答】



x軸上を流れる有限長電流がz軸上で原点から離れた位置に作る磁場は $\vec{B}_p = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi}$

これを面S上で総和する。

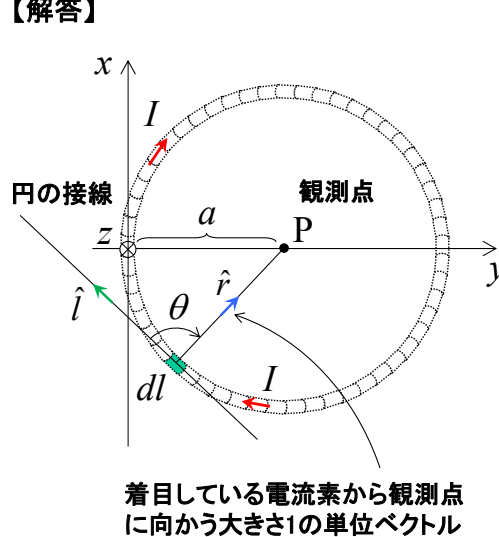
$$\begin{aligned} \Phi_m &= \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad \text{磁束の定義} \\ &= \int_S B \hat{\phi} \cdot d\vec{s} \hat{\phi} \\ &= \int_S B ds = \int_S B dr dz \\ &= \int_{z=0}^a \int_{r=a}^{2a} B dr dz \end{aligned}$$

答え $\Phi = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln 2$

ビオ-サバルルの法則の例題2

【例題】半径aの円形ループがxy平面上にある。y軸上で原点からa離れた位置にある観測点P(円形ループの中心)に作られる磁束密度ベクトルを求めよ。

【解答】



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

着目している電流素の位置を変えても、 θ と r は常に一定になる。

$$\begin{cases} \theta = 90^\circ & \text{const.} \\ r = a & \text{const.} \end{cases}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{a^2} \hat{z}$$

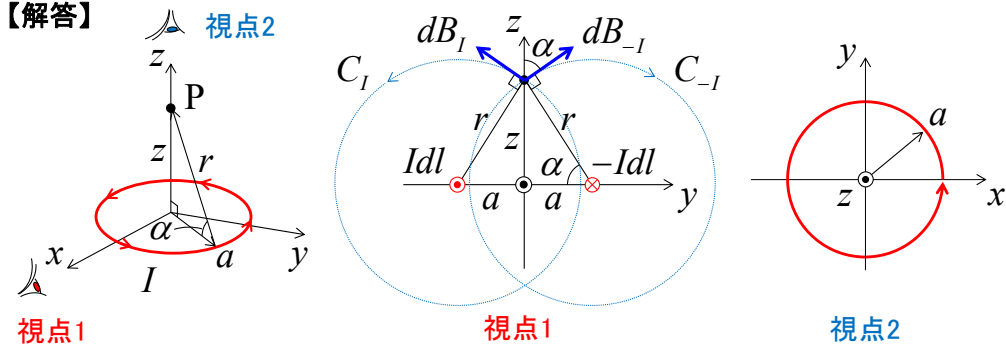
$$\vec{B}_p = \oint_C d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2} \int_0^{2\pi a} dl \hat{z}$$

$$\therefore \vec{B}_p = \hat{z} \frac{\mu_0 I}{2a} \quad \text{答え}$$

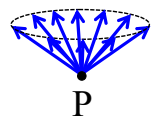
ループ電流が作る磁場

【例題】半径aの円形ループがxy平面上にある。z軸上の任意の位置における磁束密度ベクトルを求めよ。(教科書, pp.85-86)

【解答】



P点には逆円錐状の磁束密度ベクトルが発生するが、磁束密度のy方向成分は打ち消され、z方向成分のみが積算される。



$$\begin{cases} dB = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2} \\ dB_z = dB \cos \alpha = dB \frac{a}{r} = \frac{\mu_0 Idl a}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 Idl a}{4\pi r^3} \end{cases}$$

答え $\vec{B}_p = \frac{\mu_0 I a^2}{2r^3} \hat{z} = \frac{\mu_0 I a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}} \hat{z}$

ループ電流が作る磁場

【演習】xy平面上に図のような円形がある。z=0における磁束密度ベクトルを求めよ。ただし電流の大きさは1とする。

【解答】

(1) $\frac{\mu_0 I}{2a} (-\hat{z})$

(4) $\frac{\mu_0 I}{4a} \hat{z}$

(7) $\frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\frac{\theta_1}{r_1} + \frac{\theta_2}{r_2} + \frac{\theta_3}{r_3} \right) \hat{z}$

(2) 0

(5) $\frac{3\mu_0 I}{8a} \hat{z}$

(8) $\frac{\mu_0 I}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \hat{z}$

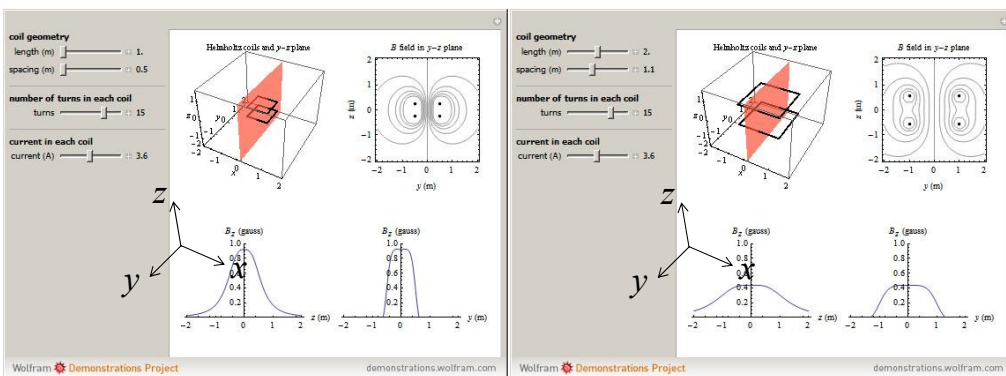
(3) $\frac{\mu_0 I}{8} \left(\frac{b-a}{ab} \right) \hat{z}$

(6) $\frac{\mu_0 I \theta}{4\pi a} \hat{z}$

(9) -z方向が北になるよう(4)の状態の方角磁石を原点に置いた。地磁気B_0を打ち消すのに必要な電流の大きさは幾らか。 $I = \frac{4aB_0}{\mu_0}$

ヘルムホルツコイルの磁場1

【演習】共通の中心軸をもつ半径a[m]の二つの円形コイルが2d[m]の間隔で平行に置かれている。a=2dで同じ方向に電流I[A]を流したとき、中心軸上の二つのコイルの中心付近では磁界がほぼ一様になる。このコイルをヘルムホルツコイルという。半径a[m]のヘルムホルツコイルにI[A]の電流を流したとき、コイルの中心および中心軸上の中心の磁束密度を求め、磁束密度分布を図示せよ。(演習書, p.53)



<https://demonstrations.wolfram.com/SquareHelmholtzCoils/>

演習問題

- ◇ 表面電荷密度 σ [C/m²] で一様に帯電した半径 a [m] の導体球が軸のまわりに角速度 ω [rad/s] で回転している。球の中心の磁束密度を求めよ。^{*8}
- ♡ 有限長ソレノイドに電流 I [A] が流れているとき、中心軸上の磁界の磁束密度を求めよ。ただし、ソレノイドの断面は円形で、その半径を a [m]、ソレノイドの長さを l [m]、単位長さあたりの巻数を n [回/m] とする。^{*9}

凡例

- ◇ 教科書例題
- ◇ 教科書章末問題
- ♡ 演習書問題
- ♣ 調査問題

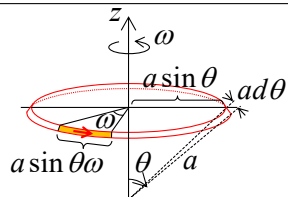
*8 答え: $\frac{2}{3}\mu_0\sigma\omega a$

*9 答え: $\frac{\mu_0 n I}{2} \left(\frac{d+l/2}{\sqrt{(d+l/2)^2+a^2}} - \frac{d-l/2}{\sqrt{(d-l/2)^2+a^2}} \right)$ [T]

回転帯電球中心の磁場

【演習】 σ [C/m²] で帯電した回転球殻の中心磁場を求めよ。(教科書, p.98)

$dI = \sigma a^2 \sin\theta \omega d\theta$ [C/s] 微小ループ電流
ビオサバルの法則より



$$dB_z = \frac{\mu_0 I a^2}{2r^3}$$

ただし、aはループ半径、rはループから観測点までの距離なので次の置き換えをする。

$$I \rightarrow \sigma a^2 \sin\theta \omega d\theta, a \rightarrow a \sin\theta, r \rightarrow a$$

球表面電流全体が中心に作る磁場は

$$B_z = \int_0^\pi dB = \int_0^\pi \frac{\mu_0 \sigma a^2 \sin\theta \omega d\theta a^2 \sin^2\theta}{2a^3} = \frac{1}{2} \mu_0 \sigma \omega a \int_0^\pi \sin^3\theta d\theta$$

3倍角の公式

$$\sin 3\theta = \sin(2\theta + \theta) = \sin 2\theta \cos\theta + \cos 2\theta \sin\theta$$

$$= (2 \sin\theta \cos\theta) \cos\theta + (1 - 2 \sin^2\theta) \sin\theta$$

$$= 2 \sin\theta \cos^2\theta + \sin\theta - 2 \sin^3\theta$$

$$= 2 \sin\theta(1 - \sin^2\theta) + \sin\theta - 2 \sin^3\theta$$

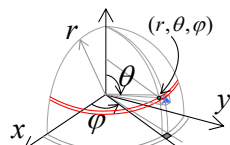
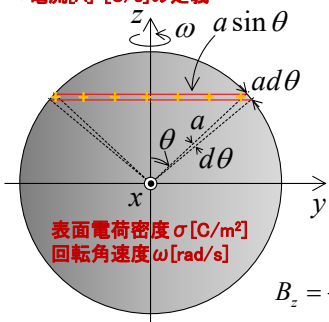
$$= 2 \sin\theta - 2 \sin^3\theta + \sin\theta - 2 \sin^3\theta$$

$$= 3 \sin\theta - 4 \sin^3\theta$$

従って、回転帯電球中心の磁場は

$$B_z = \frac{1}{2} \mu_0 \sigma \omega a \left[-3 \cos\theta + \frac{1}{3} \cos 3\theta \right]_0^\pi = \frac{1}{2} \mu_0 \sigma \omega a \left[\frac{16}{4} - \frac{2}{3} \right] = \frac{2}{3} \mu_0 \sigma \omega a$$
 [T]

1秒間に黄色塗りつぶし部分にある電荷 $Q = a \sin\theta \omega (a d\theta) \sigma$ [C] が移動 \Rightarrow 電流 $I = [C/s]$ の定義

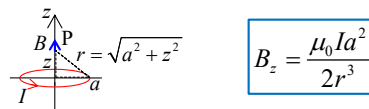


有限長ソレノイドの磁場

【演習】♡ 有限長ソレノイドに電流 I [A] が流れているとき、中心軸上の磁界の磁束密度を求めよ。ただし、ソレノイドの断面は円形で、その半径を a [m]、ソレノイドの長さを l [m]、単位長さあたりの巻数を n [回/m] とする。(演習書, p.138)

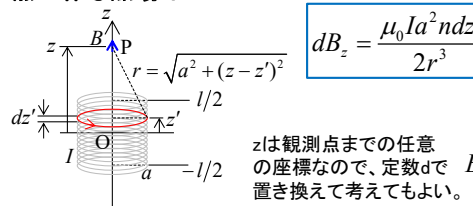
【解答】

ビオ-サバルの法則より、z軸上の原点におかれたループ電流が作る磁場は



$$B_z = \frac{\mu_0 I a^2}{2r^3}$$

これが下図のように積層された場合を考える。着目している区間 dz' にあるループ電流がP点に作る磁場は



$$dB_z = \frac{\mu_0 I a^2 n dz'}{2r^3}$$

z は観測点までの任意の座標なので、定数 d で置き換えて考えてもよい。

$$B_z = \frac{\mu_0 n I}{2} \left(\frac{z+l/2}{\sqrt{(z+l/2)^2+a^2}} - \frac{z-l/2}{\sqrt{(z-l/2)^2+a^2}} \right)$$
 [T]

積分区間は $z' = -l/2$ から $+l/2$ で、観測点P点の座標を表す z ではなく、着目しているループ電流がある座標 z' について積分を行う。

$$B_z = \int_{z'=-l/2}^{z'+l/2} \frac{\mu_0 I a^2 n dz'}{2r^3} = \int_{z'=-l/2}^{z'+l/2} \frac{\mu_0 I a^2 n dz'}{2 \{a^2 + (z-z')^2\}^{3/2}}$$

よく使う積分公式

$$\int \frac{1}{(a^2+x^2)^{3/2}} dx = \frac{x}{a^2 \sqrt{a^2+x^2}} + C$$

類似の問題 https://www.kusamab.org/lecture/em1/B2_charge_distribution_slide.pdf