アンペアの法則 (演習問題)

v4.3 Mar.2022　　凡例: ♢ 教科書 ♡ 演習書 ♠ 他文献　　番号:______________　氏名:______________

1. ♡ 無限長直線電流 I [A] によって発生する半径 r [m] の位置の磁束密度 B [T] を求めよ。[*1]

2. ♡ 半径 a [m] の無限長円柱導体内を一様な密度で電流 I [A] が流れている。円柱導体の内部と外部の磁界の磁束密度をアンペアの法則から求めよ。また，導体の中心軸からの距離 r に対する磁束密度の大きさを図示せよ。[*2]

3. ♢ 図 1 左に示すように間隔 $2d$ の無限に長い 2 本の平行線に往復電流 I が流れている。O 点，x 軸上の距離 h の P 点および，y 軸上の距離 h の Q 点の磁束密度を求めよ。アンペアの法則を使用してよい。[*3]

4. ♢ z 軸上を流れる無限長直線電流 I がある。$r = d, d + a$ および $z = 0, b$ で囲まれた長方形 $a \times b$ を貫く磁束を求めよ。[*4]

5. ♢ 厚みが a [m] の無限平板導体中を電流が一様に電流密度 J [A/m^2] で z 軸の正方向に流れているとき，アンペアの法則を用いて磁束密度を求めよ。[*5]

6. ♢ z 軸上に置かれた内導体の半径が a，外導体の内半径が b，外半径が c の同軸線路がある。内導体と外導体の間の空間は空気で満たされている。アンペアの法則から断面磁場分布を求め，横軸に z 軸からの距離 r，縦軸に磁束密度 B として磁場の大きさをグラフ化せよ。グラフは横軸と縦軸の値を明記すること。[*6]

7. ♡ 内半径 a [m]，外半径 b [m] の中空パイプ導体に電流 I [A] が流れているとき，中空部，導体部，導体外側の磁束密度を求めよ。[*7]

8. ♡ 半径 a [m] の厚さのない円筒表面に，軸方向へ面電流 J [A/m^2] が流れているとき，円筒内外の磁束密度を求めよ。また，半径 a が非常に大きくなったときの磁束密度を求めよ。[*8]

9. ♢ 中心半径 5 cm, 巻数 1200 回の無端ソレノイドに電流 40 mA を流したとき，ソレノイドの中心線上の磁束密度を求めよ。[*9]

10. ♢ 1 cm 当たりの巻数が 50 回の非常に長い円筒ソレノイドがある。25 mA の電流を流したとき，ソレノイド内の磁束密度を求めよ。[*10]

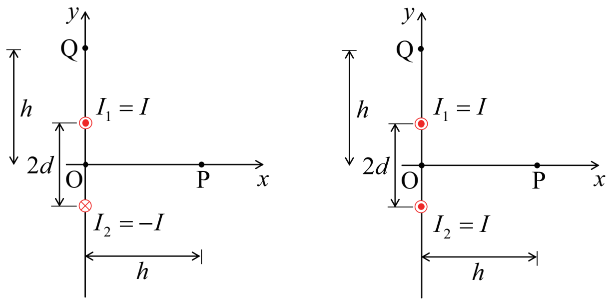

図 1　2 本の平行線に流れる往復電流 (左) と同方向電流 (右)

11. 図 1 右に示すように間隔 $2d$ の無限に長い 2 本の平行線に同方向電流 I が流れている。O 点，x 軸上の距離 h の P 点および，y 軸上の距離 h の Q 点の磁束密度を求めよ。アンペアの法則を使用してよい。[*11]

12. 半径 a [m] の厚みを無視した中空パイプ導体に電流 I [A] が流れているとき，中空部，導体部，導体外側の磁束密度を求めよ。[*12]

13. 環状ソレノイドの中心半径を R，巻数を N，ソレノイドの断面半径を a として，密に巻かれた環状ソレノイドの磁束密度を求めよ。また，横軸に環状ソレノイド中心からの距離 r，縦軸に磁束密度の大きさ B をとってグラフ化せよ。グラフは横軸と縦軸の値を明記すること。[*13]

14. 断面半径 a [m] の無限長ソレノイドがある。断面中心から距離 r の位置の磁場を求めよ。ただし，単位長さあたりの巻き数を n [巻/m] とする。[*14]

15. ベクトル形のアンペアの法則からスカラー形のアンペアの法則を導出し，図を用いて各変数をすべて説明せよ。ただし，$\vec{B} = B_t\hat{t} + B_n\hat{n}$ とし，$\hat{t}$ は積分路 C 上の接線方向単位ベクトル，$\hat{n}$ は積分路 C 上の法線方向単位ベクトルとする。[*15]

16. アンペアの法則の適用手順について次の記号を順番に並べよ。(ア) 方程式を解いて磁束密度 B を求める。(イ) ベクトルの積分をスカラーの積分に直す。(ウ) 伝導電流 I を含むように積分路 C を決める。(エ) 積分未知数 B を積分の外に出して，単なる積の方程式にする。[*16]

★ 公式集

アンペアの法則

$$\oint_C \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 I, \qquad \text{磁性体を含まない} \tag{1}$$

$$\oint_C \vec{H} \bullet d\vec{l} = I, \qquad \text{磁性体を含む（磁化電流を考慮）} \tag{2}$$

$$\oint_C \vec{H} \bullet d\vec{l} = I + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \bullet d\vec{s}, \quad \text{（磁化電流と変位電流を考慮）} \tag{3}$$

[*1] 答え：$\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\phi}$

[*2] 答え：$\frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$ $(r < a)$, $\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ $(a < r)$

[*3] 答え：$\frac{\mu_0 I}{\pi d}\hat{x}$, $\frac{\mu_0 I d}{\pi(d^2+h^2)}\hat{x}$, $\frac{\mu_0 I}{\pi}\frac{d}{h^2-d^2}(-\hat{x})$

[*4] 答え：$\frac{\mu_0 I b}{2\pi}\ln\frac{d+a}{d}$

[*5] 答え：$\pm\mu_0 x J\hat{y}$ $(x < |\frac{a}{2}|)$, $\pm\frac{\mu_0 a J}{2}\hat{y}$ $(x > |\frac{a}{2}|)$

[*6] 答え：$\frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$ $(r < a)$, $\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ $(a < r < b)$, $\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\frac{c^2-r^2}{c^2-b^2}$ $(b < r < c)$, 0 $(c < r)$, グラフは略

[*7] 答え：0 $(r < a)$, $\frac{\mu_0(r^2-a^2)I}{2\pi(b^2-a^2)r}$ $(a < r < b)$, $\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ $(b < r)$

[*8] 答え：0 $(r < a)$, $\frac{\mu_0 a J}{r}$ $(a < r)$, $\mu_0 J$ $(a \simeq \infty)$

[*9] 答え：1.92×10^{-4} T

[*10] 答え：1.57×10^{-4} T

[*11] 答え：0, $\frac{\mu_0 I h}{\pi(d^2+h^2)}\hat{y}$, $\frac{\mu_0 I}{\pi}\frac{h}{h^2-d^2}(-\hat{x})$

[*12] 答え：0 $(r < a)$, $\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$ $(r = a)$, $\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ $(a < r)$

[*13] 答え：0 $(r < R - a)$, $\frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$ $(R - a < r < R + a)$, 0 $(R + a < r)$, グラフは略

[*14] 答え：$\mu_0 n I$

[*15] 答え：$\oint_C \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 I \to \oint_C (B_t\hat{t} + B_n\hat{n}) \bullet dl\hat{t} = \mu_0 I \to \oint_C B_t dl = \mu_0 I$　即ち，スカラー形のアンペアの法則における磁束密度とは，積分路 C の接線方向成分のことを示している。

[*16] 答え：ウ → イ → エ → ア