

1. 磁場中の電流に働く力

図1のような長さ  $l$  の磁場空間  $\vec{B}$  の中で静止した導線に電流  $\vec{I}$  を流したとき、導体内を速度  $\vec{v}$  で移動する個々の電荷  $q$  にも磁気力

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} \tag{1}$$

が働く。いま導線の断面積を  $S$  [m<sup>2</sup>]、導線内の自由電子濃度を  $N$  [1/m<sup>3</sup>]、電子の速度を  $\vec{v}$  [m/s] とすると、図1 導線右端の点線で囲まれた体積  $Sv$  [m<sup>3</sup>] 領域を1秒間あたりに押し出される自由電子の数は  $NSv$  個である。従って、電流<sup>\*1</sup>の大きさはこれに電子の電荷量  $e$  を掛けて  $I = eNSv$  [A] で与えられる。電流の流れる方向は電子の移動方向と逆<sup>\*2</sup>であるから、ベクトルで書くと次式 (2) になる。

$$\vec{I} = -eNS\vec{v} \tag{2}$$

ここで、図1 中央にある自由電子1つに着目して磁気力  $\vec{F}_m$  を求める。式 (1) に式 (2) を代入すると、次式のように電流  $\vec{I}$  を使って磁気力  $\vec{F}_m$  を表現できる。

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times B = -e\vec{v} \times \vec{B} = \frac{\vec{I}}{NS} \times \vec{B} \tag{3}$$

所で、図1 で考えている磁場空間の大きさは  $l$  [m] であるから、同じように磁場の影響を受ける自由電子の数は全部で  $NSl$  個ある。即ち、自由電子1つあたりの磁気力の式 (3) を  $NSl$  倍したものが導線全体に働く力である。これを  $\vec{F}$  とすれば次式 (4) となる。

$$\vec{F} = \vec{I} \times \vec{B}l \tag{4}$$

これをフレミングの左手則 (Fleming's left-hand rule) と呼ぶ<sup>\*3</sup>。フレミング左手の法則と磁気力の関係を図2に示す。電流  $\vec{I}$  が速度  $\vec{v}$  の正電荷  $+q$  に対応しているだけで他は同じである。結局、磁場の中を移動する電荷一つ一つに働く力に着目 (マイクロな視点で観察) したのが磁気力、電荷の集合体である電流または導線全体に着目 (マクロな視点で観察) したのがフレミングの左手則であり、両者は同一のものである。このように磁場の中に電流を流して物理的な力を得ようとする方法はモーターの原理に使われている。図3に数式の意味を示す。

2. 平行電流に働く力

式 (4) で導出したフレミング左手則を利用して平行電流に働く力を求めてみる。図4に示すように互いに距離  $r$  離れて平行に配置された導線1と導線2を考える。それぞれの導線には往復電流

$$\vec{I}_1 = I_1(-\hat{z}) \tag{5}$$

$$\vec{I}_2 = I_2\hat{z} \tag{6}$$

が流れているものとする。まず導線1に働く力に着目してみる。電流  $I_2$  は周囲に同心円状の磁場  $B_2$  を作るので導線1はその影響を受ける。導線1上の着目点に生じる磁場はアンペアの法則より

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} \hat{x} \tag{7}$$

となる。式 (7) と式 (5) を式 (4) に代入すると

$$\vec{F}_1 = \vec{I}_1 \times \vec{B}_2 l = I_1(-\hat{z}) \times \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} \hat{x} l = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r} (-\hat{y}) \tag{8}$$

同様にして今度は導線2に働く力に着目してみる。電流  $I_1$  は周囲に同心円状の磁場  $B_1$  を作るので導線2はその影響を受ける。導線2上の着目点に生じる磁場はアンペアの法則より

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \hat{x} \tag{9}$$

となる。式 (9) と式 (6) を式 (4) に代入すると

$$\vec{F}_2 = \vec{I}_2 \times \vec{B}_1 l = I_2(\hat{z}) \times \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \hat{x} l = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r} \hat{y} \tag{10}$$

となる。式 (8) と式 (10) より逆方向に流れる2本の平行電流には反発力 (斥力) が働くことが分かる。もしも、 $I_1$  と  $I_2$  が同方向に流れている場合は同様の計算を行うことで引力が働くことが分かる<sup>\*4</sup>。

3. 透磁率の定義

さて、SI 単位系において電流 1 A の定義は「1 m 離れた2本の平行電流に同方向に電流を流したときの吸引力が長さ 1 m あたりで  $2 \times 10^{-7}$  N になるとき」とされている。この定義を使うと真空の透磁率  $\mu_0$  (permeability in vacuum) の値が決まる。いま図4で  $\vec{I}_1 = I_1\hat{z}, \vec{I}_2 = I_2\hat{z}$  として導線1の着目点に働く力を求めると

$$\vec{F}_1 = \vec{I}_1 \times \vec{B}_2 l = I_1\hat{z} \times \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} \hat{x} l = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r} \hat{y} \tag{11}$$

大きさだけ考えると

$$F_1 = |\vec{F}_1| = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r} \tag{12}$$

式 (12) に先の定義で決められた値  $I_1 = I_2 = 1$  A, 平行電流間の距離  $r = 1$  m, 導体長さ  $l = 1$  m,  $F = 2 \times 10^{-7}$  N を代入すると

$$\mu_0 = \frac{2\pi r F_1}{I_1 I_2 l} = 2\pi \times 2 \times 10^{-7} \tag{13}$$

となり真空の透磁率  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m が求まる。

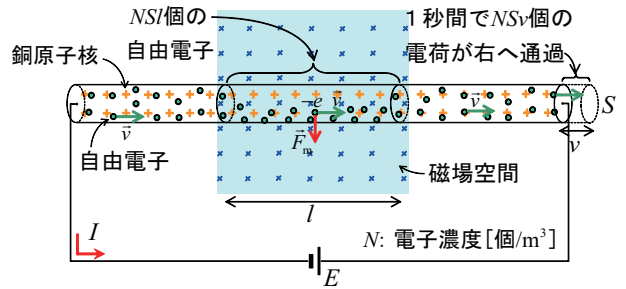


図1 磁場の中で静止した導線に流れる電流  $I$  に働く力。導線の断面積を  $S$ 、導線内の自由電子の濃度を  $N$  [1/m<sup>3</sup>]、電子の移動速度を  $\vec{v}$  とすると、流れる電流は  $I = eNSv$  で与えられる。

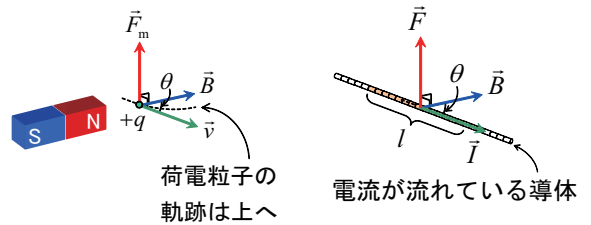


図2 磁気力 (左) とフレミング左手則 (右) の関係。速度  $\vec{v}$  の正電荷  $+q$  が電流  $\vec{I}$  に対応する。

磁気力    電流 [A]    磁束密度 [T]

$$\vec{F} = \vec{I} \times \vec{B}l$$

電流 (導線) の長さ [m]

図3 フレミング左手則の公式

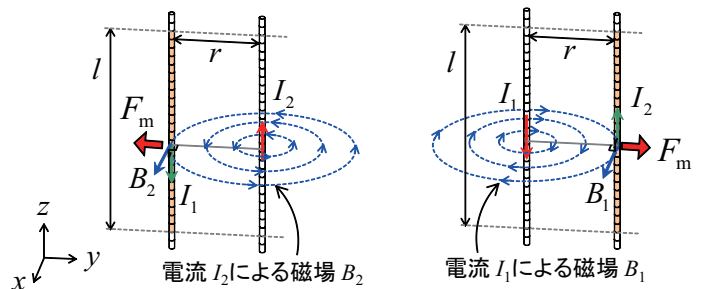


図4 平行電流間に働く力。電流  $I_2$  によって生じた磁場  $B_2$  によって  $I_1$  は外向きに力を受ける (左)。同様に電流  $I_1$  によって生じた磁場  $B_1$  によって  $I_2$  も外向きに力を受ける (右)。

<sup>\*1</sup> 電流の定義は、単位時間あたりに通過した電荷量である。単位は [C/s] ≡ [A]。  
<sup>\*2</sup> 当時はガラス電気と樹脂電気として知られていた2種類の電気を1750年にFranklinがそれぞれ正電気と負電気と名付けた。もしもこのとき、ガラス電気を負電気、樹脂電気を正電気と決めていたら、後に発見された電子の電荷は正と定義されていた。  
<sup>\*3</sup> フレミングが左手の3本指で  $\vec{I}$ : 中指,  $\vec{B}$ : 人差し指,  $\vec{F}$ : 親指とした。実際に細くて曲がりやすい導線なら下向きに変形する。  
<sup>\*4</sup> 覚え方: 方向が同じ  $I$  (愛) は引きあうが、逆方向の  $I$  (愛) は反発しあう。