

磁気ダイポールとトルク (演習問題)

v2.7 Mar.2022

番号: _____ 氏名: _____

- ◇ 半径 $r = 1 \text{ cm}$ の $N = 15$ 回巻の円形コイルが、 $B = 0.2 \text{ T}$ の一様な磁場の中で磁場に垂直な軸のまわりに自由に回転できるようになっている。コイルに $I = 1 \text{ A}$ の電流を流したとき、コイルに働くトルクの最大値は幾らか。^{*1} (教科書, 演習 6.16)
- ♡ 一様な磁束密度 B の中に長方形のループ電流があるときのループ電流にはたらくトルクを求め、式 (1) を確かめよ。ただし、長方形のループ電流は各辺の長さが a, b のコイルからなり、一対の辺 a の中点を通る直線を軸として回転できるようになっている。また、磁束密度 $B \text{ [T]}$ はコイル面の法線方向から角度 θ であり、回転軸と直交している。^{*2}

$$T = mB \sin \theta \quad [\text{N} \cdot \text{m}] \quad (1)$$
- ♡ 図 1 左に示すような導線の枠 ABCDEFA に電流 $I \text{ [A]}$ が流れている。磁気双極子モーメントの大きさと方向を求めよ。^{*3} (演習書, 応用 6.12)
- ♡ 図 1 右に示すように、無限長直線導線と円形導線があり、それぞれに $I_1, I_2 \text{ [A]}$ の電流が図のように流れている。円形導線を含む面と直線導線が直角の場合に、円形導線に作用する回転力を求めよ。ただし、直線導線と円形導線の中心との距離は $d \text{ [m]}$ で、円形導線の半径は $a \text{ [m]}$ である。また、 $a < d$ とする。^{*4} (演習書, 応用 6.14)

5. 支点からの力点までの長さ $l = 15 \text{ cm}$, $N = 0.9 \text{ N} \cdot \text{m}$ のトルクレンチがある。必要な力を求めよ。また、このトルクレンチを短く持って力点を 5 cm の位置にしたとき、必要な力を求めよ。^{*5}
6. 一様な磁束密度 B の中に置かれた $2a \times 2b$ の長方形ループに電流 I が流れている。(1) ループ電流の磁気ダイポールモーメント m を求めよ。(2) ループ面の法線 \hat{n} と磁束密度 \vec{B} のなす角度を θ とするとき、トルク N を求めよ。(3) ループの巻数を n にしたとき、または電流を n 倍にしたときの磁気ダイポールモーメントを求めよ。^{*6}
7. 一様な磁束密度 B の中に置かれた半径 a の円形ループに電流 I が流れている。(1) ループ電流の磁気ダイポールモーメント m を求めよ。(2) ループ面の法線 \hat{n} と磁束密度 \vec{B} のなす角度を θ とするとき、トルク N を求めよ。^{*7}
8. ♠ 半径 a の球の表面に面電荷密度 $\sigma \text{ [C/m}^2\text{]}$ で一様に電荷が分布しているものとする。この球が中心軸の周りに角周波数 ω で回転している場合、この帯電球の中心の磁束密度 \vec{B} および、磁気ダイポールモーメント \vec{m} を求めよ。^{*8} (湯本, 電気磁気学の基礎, p.118, 例題 6.1)
9. ♠ 水素原子の軌道電子による軌道電流 I_{orb} と軌道磁気ダイポールモーメント \vec{m}_{orb} を求めよ。ただし、軌道半径は $r = 0.53 \text{ \AA}$ (オングストローム) とする。また、水素原子に外部から $B = 1 \text{ TT}$ (テラテスラ) の磁場を加えた場合の最大トルク N を求めよ。^{*9} (Serway, 科学者と技術者のための物理学 III 電磁気学, p.870)

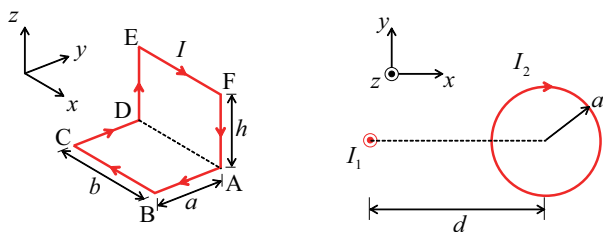


図 1 ループ電流にはたらくトルク

★ 公式集

磁気ダイポールモーメントとトルク

$$\vec{m} = I\vec{S}, \quad \text{磁気ダイポールモーメント } [\text{A} \cdot \text{m}^2] \quad (2)$$

$$\vec{N} = \vec{m} \times \vec{B}, \quad \text{トルク } [\text{N} \cdot \text{m}] \quad (3)$$

*1 答え: $9.42 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}$

*2 答え: $\vec{N} = \vec{m} \times \vec{B}$, $N = mB \sin \theta = ISB \sin \theta = IabB \sin \theta \text{ [N} \cdot \text{m]}$

*3 答え: $m = Ib\sqrt{a^2 + b^2} \text{ [A} \cdot \text{m}^2\text{]}$, $\theta = \tan^{-1}(\frac{b}{a}) \text{ [rad]}$ ただし、 θ は z 軸からの傾斜角度を示す。

*4 答え: $\vec{N} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a^2}{2d} \hat{x} \text{ [N} \cdot \text{m]}$

*5 答え: 6 N , 18 N

*6 答え: (1) $4abI$, (2) $4abIB \sin \theta$, (3) $4nabI$

*7 答え: (1) $\pi a^2 I$, (2) $\pi a^2 IB \sin \theta$

*8 答え: $\frac{2}{3} \mu_0 \sigma \omega a \text{ [T]}$, $\frac{4}{3} \pi \sigma \omega a^4 \text{ [Am}^2\text{]}$

*9 答え: $I_{\text{orb}} = -\frac{\omega e}{2\pi} = -\frac{e^2}{\sqrt{16\pi^3 \epsilon_0 m r^3}} = 1.05 \text{ mA}$,

$m_{\text{orb}} = 9.26 \times 10^{-24} \text{ Am}^2$, $N = 9.26 \times 10^{-12} \text{ Nm}$