

1. 束縛電流を考慮したアンペアの法則

これまでアンペアの法則は次式 (1) で与えられた。

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad (1)$$

ここで、右辺の I は電流計で取り出して測定できる伝導電流を表す。所で、図 1 左上に示すような伝導電流 I の周囲にドーナツ形状の磁性体が存在する場合を例に考える。周辺の磁性体は伝導電流 I による磁場 \vec{B} によって磁化され、等価束縛電流 I_b が発生する。よって、閉路 C 内部に含まれる電流は伝導電流 I と等価束縛電流 I_b の合成となるので、アンペアの法則は

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 I_b \quad (2)$$

となる。ここで、束縛電流 I_b は

$$I_b = \oint_C J_{sb} dl = \oint_C M dl = \oint_C \vec{M} \cdot d\vec{l} \quad (3)$$

で表現されるから、式 (3) を式 (2) に代入すると

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \oint_C \vec{M} \cdot d\vec{l} \quad (4)$$

となる。式 (4) の両辺を μ_0 で割り、右辺第 2 項を左辺に移項すると

$$\oint_C \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) \cdot d\vec{l} = I \quad (5)$$

となる。新たに磁界ベクトル (magnetic field vector) \vec{H} を導入し

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \quad (6)$$

とおくと、最終的に

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \quad (7)$$

が得られる。式 (7) を磁性体を含むアンペアの法則と呼ぶ*1。磁性体を含む空間にアンペアの法則を適用する場合、本来は式 (2) に示すように束縛電流 I_b を考慮して定式化を行う必要があるが、新たに磁界ベクトル \vec{H} を導入することで式 (7) のように伝導電流 I のみで定式化を行うことができる。図 2 に数式の意味を示す。

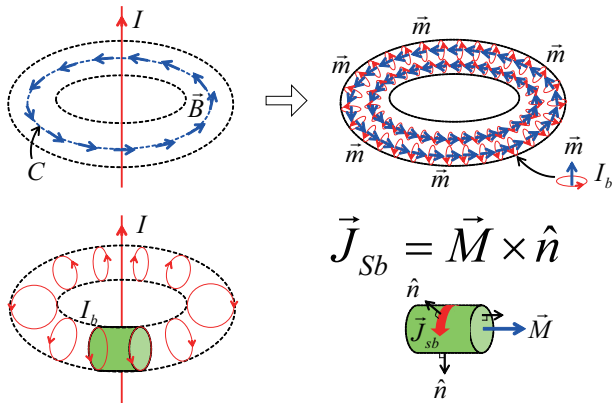


図 1 直線電流の周囲に発生する磁束密度 (左上) と周辺磁性体の磁化 (右上). 閉路 C 内部に含まれる電流は伝導電流と磁化によって発生する等価束縛電流の合成となるイメージ (下)

積分路が閉じていることを示す記号 \oint

積分路上の磁界ベクトル \vec{H}

積分路を構成する微小線素ベクトル $d\vec{l}$

積分が積分路 C に沿った線積分であることを示す記号 \int_C

積分路内部に含まれる電流 (右ねじ方向が正) I

内積記号 \cdot

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

図 2 磁性体を含むアンペアの法則

2. 比透磁率

さて、磁界を表す式 (6) を次のように変形してみる。

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = \vec{B}_e + \vec{B}_m \quad (8)$$

ここで、伝導電流によって生じた本来の外部磁場を $\vec{B}_e = \mu_0 \vec{H}$ 、磁化によって生じた新たな内部磁場を $\vec{B}_m = \mu_0 \vec{M}$ と置いている。さらに、磁化の強さ M は物質内部の磁界 H の大きさに比例すると考えれば、その比例定数を χ_m として

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad (9)$$

と置くことができる。式 (9) を式 (8) に代入すると

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \chi_m \vec{H}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} \quad (10)$$

ここで、 $\mu_r = 1 + \chi_m$ とおくと

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H} \quad (11)$$

となる。式 (9) の χ_m を磁気感受率 (magnetic susceptibility)、式 (11) の μ_r を比透磁率 (relative permeability) と呼ぶ。これらの値は磁性材料固有の値を有しており、値が大きいくほど強い磁性を示す。

3. ガウスの法則との類似性

これまでガウスの法則は次式 (12) で与えられた。

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (12)$$

ここで、右辺の Q は導体内を自由に移動できる真電荷である。所で、図 3 左に示すように真電荷 Q の周囲に誘電体が存在する場合を例に考える。周辺の誘電体は真電荷 Q によって発生した電界 \vec{E} によって分極し、束縛電荷 Q_b が発生する。よって、閉面 S 内部に含まれる電荷は真電荷 Q と束縛電荷 Q_b の合成となるので、ガウスの法則は

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0} - \frac{Q_b}{\epsilon_0} \quad (13)$$

となる。ここで、分極電荷 Q_b は

$$Q_b = \oint_S \sigma_b ds = \oint_S P ds = \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s} \quad (14)$$

であるから、式 (14) を式 (13) に代入すると

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0} - \frac{1}{\epsilon_0} \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s} \quad (15)$$

となる。式 (15) の両辺を ϵ_0 倍して、右辺第 2 項を左辺に移項すると

$$\oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{s} = Q \quad (16)$$

となる。ここで新たに電束密度ベクトル (electric flux density vector) \vec{D} を導入し

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (17)$$

とおくと、最終的に

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q \quad (18)$$

が得られる。式 (18) を誘電体を含むガウスの法則と呼ぶ。誘電体を含む空間にガウスの法則を適用する場合、本来は式 (13) に示すように分極電荷 Q_b を考慮して定式化を行う必要があるが、新たに電束密度ベクトル \vec{D} を導入することで式 (18) のように真電荷 Q のみで定式化を行うことができる。

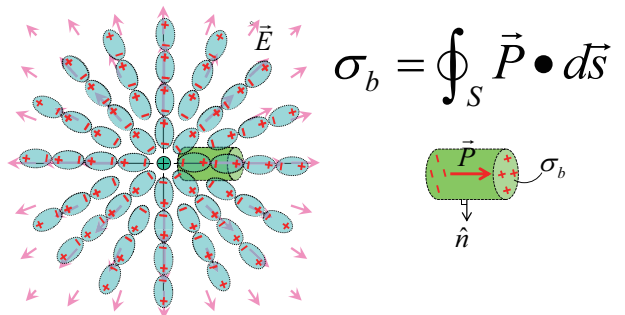


図 3 点電荷 $+Q$ の周囲に発生する電界 \vec{E} と周辺誘電体の分極の様子。閉面 S 内部に含まれる電荷は真電荷と分極電荷の合成となる。

*1 I (愛) が流れると自然に H が生まれる。その逆はなく順序 (秩序) がある。