

磁性体版アンペアの法則 (演習問題)

v2.9 Mar.2022

凡例: ♣◇教科書 ♡演習書 ♠他文献

番号: _____ 氏名: _____

1. ♣ 真空中において、 z 軸を中心とした半径 a の無限長円柱磁性体に一様な電流 I が流れている。磁性体の透磁率を μ とするとき、半径 r の円周上の磁界 H と磁場 B の大きさを求めよ。また、横軸を r としたときの磁界 H と磁場 B の概形を描け。^{*1}(教科書, 例題 7.1)
2. ◇ z 軸上に置かれた透磁率 μ の均質な円柱磁性体に、単位長さあたり n 巻のコイルが巻かれた無限長ソレノイドがある。コイルを流れる伝導電流を I [A] とするとき、(1) ソレノイド内の磁界 H および磁束密度 B (2) 磁化の強さ M および、表面磁化電流密度 J_{sb} (3) ソレノイド内を空心とした場合の B および M を求めよ。^{*2} (教科書, 演習 7.1)
3. ◇ 中心半径 $a = 5$ cm で巻数 $N = 1200$ 、比透磁率 $\mu_r = 800$ の鉄心からなる環状ソレノイドに電流 $I = 40$ mA を流したとき、ソレノイド内部の磁界 H と磁束密度 B を求めよ。^{*3} (教科書, 演習 7.5)
4. ♡ 中心半径 a [m] で巻数 N 、比透磁率 μ_r の鉄心からなる環状ソレノイドに電流 I を流したとき、(1) ソレノイドの中心線上の磁界 H と磁束密度 B を求めよ。(2) 磁化の強さ M および、表面磁化電流 J_{sb} を求めよ。(3) 鉄心がない場合に比べて磁界 H と磁束密度 B はどう変化したか定量的に説明せよ。^{*4}(演習書, 応用 7.1)

5. 磁性体を含まない真空中のアンペアの法則と磁性体を含むアンペアの法則の違いについて説明せよ。^{*5}
6. 比透磁率 μ_r の磁性体中において、 z 軸上を流れる無限長直線電流 I [A] がある。 z 軸から半径 r [m] の円周上における磁界 H [A/m] と磁場 B [T] の大きさを求めよ。また、横軸を r [m] としたときの磁界 H [A/m] と磁場 B [T] の概形を描け。^{*6}
7. 内導体の半径 a 、外導体の内半径 b 、外半径 c の同軸線路がある。内導体と外導体の間の空間は空気で満たされており、導体の比透磁率を μ_r とする。(1) 4つの領域 1 から領域 4 に分割してそれぞれにアンペアの法則を適用し、各領域における磁界 H_1 から H_4 を求めよ。(2) 中心軸からの距離 r に対する磁界 H の概形を描け。(3) 中心軸からの距離 r に対する磁束密度 B の概形を描け。^{*7}
8. ベクトル形の磁性体を含むアンペアの法則からスカラー形の磁性体を含むアンペアの法則を導出し、図を用いて各変数をすべて説明せよ。ただし、 $\vec{H} = H_t \hat{t} + H_n \hat{n}$ とし、 \hat{t} は積分路 C 上の接線方向単位ベクトル、 \hat{n} は積分路 C 上の法線方向単位ベクトルとする。^{*8}

★ 公式集

アンペアの法則

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I, \quad \text{磁性体を含まない} \quad (1)$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I, \quad \text{磁性体を含む (磁化電流を考慮)} \quad (2)$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{s}, \quad (\text{磁化電流と変位電流を考慮}) \quad (3)$$

^{*1} 答え: $H = \frac{Ir}{2\pi a^2}, B = \frac{\mu Ir}{2\pi a^2} (r < a), H = \frac{I}{2\pi r}, B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} (r > a)$, グラフは略

^{*2} 答え: (1) $nI\hat{z}, \mu nI\hat{z}$ (2) $(\frac{\mu}{\mu_0} - 1)nI\hat{z}, (\frac{\mu}{\mu_0} - 1)nI\hat{\phi}$, (3) $\mu_0 nI\hat{z}, 0$

^{*3} 答え: 152.8 A/m, 0.154 T

^{*4} 答え: (1) $\frac{NI}{2\pi a}, \frac{\mu_0 \mu_r NI}{2\pi a}$ (2) $M = \frac{(\mu_r - 1)NI}{2\pi a}, J_{sb} = M = \frac{(\mu_r - 1)NI}{2\pi a}$ (3) H は不変だが B は μ_r 倍になる。

^{*5} 答え: 真空中のアンペアの法則は伝導電流しか考慮できないが、磁性体を含むアンペアの法則は磁化電流も考慮できる。

^{*6} 答え: $H = \frac{I}{2\pi r}, B = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r}$, グラフは略 (※磁界は $r = a$ で連続となるが、磁束密度は $r = a$ で不連続になることに注意)

^{*7} 答え: (1) $H_1 = \frac{Ir}{2\pi a^2}, H_2 = \frac{I}{2\pi r}, H_3 = \frac{I}{2\pi r} \frac{c^2 - r^2}{c^2 - b^2}, H_4 = 0$, (2) 略

(3) $B_1 = \frac{\mu_0 \mu_r I r}{2\pi a^2}, B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, B_3 = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r} \frac{c^2 - r^2}{c^2 - b^2}, B_4 = 0$, グラフは略

^{*8} 答え: $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \rightarrow \oint_C (H_t \hat{t} + H_n \hat{n}) \cdot d\vec{l} = I \rightarrow \oint_C H_t dl = I$ 即ち、スカラー形の磁性体を含むアンペアの法則における磁界とは、積分路 C の接線方向成分のことを示している。