磁性体を含むアンペアの法則

1st. 2011/04/07
Lst. 2021/01/18

真空中のアンペアの法則

【ベクトル形】 ビオ-サバールの法則を積分形にして一般化

積分すれば積分定数Cが付いて様々なケースが含まれるイメージ

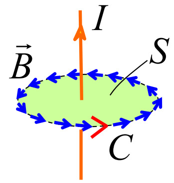
積分路が閉じていることを示す記号

積分路上の磁束密度

積分路を構成する微小線素（方向は経路Cの方向）

真空の透磁率 4πx10^{-7}

$$\oint_C \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 I$$



内積記号

積分が経路Cに沿った線積分であること示す記号

積分路内部に含まれる伝導電流（右ねじが正）

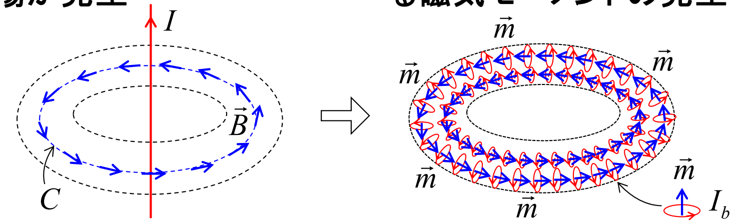
単位系　[Wb/m^2] × [m] = [H/m] × [A]

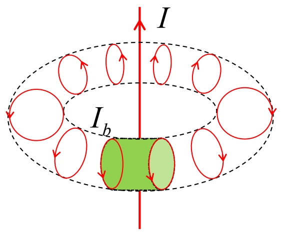
【解説】 経路Cに沿って磁場Bを線積分（微小長さdlを掛けて総和）すると，積分路内部に含まれる電流Iをμ_0倍した値に等しい。

磁化電流の考慮

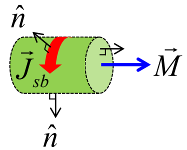
①伝導電流によって周囲に磁場が発生

②周辺磁性体の磁化による磁気モーメントの発生





$$\vec{J}_{Sb} = \vec{M} \times \hat{n}$$



③発生した磁気モーメントを等価磁化電流で考えたモデル

④周辺磁性体の磁化ベクトルと磁化電流密度の関係

磁化電流（束縛電流）

束縛電流

積分路上の磁化ベクトル

$$I_b = \oint_C \vec{M} \bullet d\vec{l}$$

積分が積分路Cに沿った線積分であること示す記号

積分路を構成する微小線素ベクトル

単位系　[A] = [A/m] × [m]

アンペアの法則の修正

【ベクトル形】 磁化電流を考慮

積分路が閉じていることを示す記号

積分路上の磁束密度

積分路を構成する微小線素

積分路内部に含まれる束縛電流（磁化電流）

真空の透磁率 4πx10^{-7}

$$\oint_C \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 I_b$$

内積記号

積分が積分路Cに沿った線積分であること示す記号

積分路内部に含まれる電流（右ねじ方向が正）

単位系　[Wb/m^2] × [m] = [H/m] × [A]

磁性体版アンペアの法則

【ベクトル形】 上位互換バージョン

積分路が閉じていることを示す記号

積分路上の磁界ベクトル

積分路を構成する微小線素ベクトル

磁化電流を含む

$$\oint_C \vec{H} \bullet d\vec{l} = I$$

内積記号

積分が積分路Cに沿った線積分であること示す記号

積分路内部に含まれる伝導電流（右ねじを正）

単位系　[A/m] × [m] = [A]

磁界の定義

磁界

磁束密度

磁化

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

真空の透磁率 4πx10^{-7}

単位系　[A/m] = [Wb/m^2] ÷ [H/m] − [A/m]

磁束密度と磁界と磁化

磁束密度

磁界

磁化

$$\vec{B} = \underbrace{\mu_0 \vec{H}}_{\text{外部磁場}} + \underbrace{\mu_0 \vec{M}}_{\text{内部磁場}}$$

$$\vec{B}_{\mathrm{e}} \qquad \vec{B}_{\mathrm{m}}$$

比透磁率の定義

磁束密度　磁気感受率　磁界

$$\vec{B} = \mu_0 \underbrace{(1+\chi_\mathrm{m})}_{\text{比透磁率 } \mu_r} \vec{H}$$

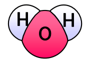
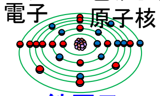
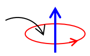
真空の透磁率
4πx10^{-7}

単位系　[Wb/m^2]　=　[H/m]　×　[A/m]

磁気感受率 magnetic susceptibility
磁気分極P_mと磁界強度Hとの間にHの大きさが小さければ、次の関係式が成立する。
$P_m=\mu_0\chi_m H$
このときの比例係数χ_mのことをいう。χ_m>0の物質が常磁性体、χ_m<0のものが反磁性体である。

東京理科大学理工学辞典編集委員会編，p.597，理工学辞典，日刊工業新聞社

誘電体と磁性体の類似性

真空中のガウスの法則	真空中のアンペアの法則
$\oint_S \vec{E}\bullet d\vec{s} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$	$\oint_C \vec{B}\bullet d\vec{l} = \mu_0 I$
分極電荷(誘電体)の考慮	磁化電流(磁性体)の考慮
 水分子(代表的)　l　$\vec{p}=Q_b\vec{l}$　電気ダイポールモーメント	 電子　原子核　鉄原子(代表的)　 S　$\vec{m}=I_b\vec{S}$　磁気ダイポールモーメント
$\oint_S \vec{E}\bullet d\vec{s} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0} - \boxed{\dfrac{Q_b}{\varepsilon_0}}$	$\oint_C \vec{B}\bullet d\vec{l} = \boxed{\mu_0} I + \boxed{\mu_0 I_b}$
誘電体を含むガウスの法則　代入	磁性体を含むアンペアの法則　代入
$\oint_S \vec{D}\bullet d\vec{s} = Q$	$\oint_C \vec{H}\bullet d\vec{l} = I$

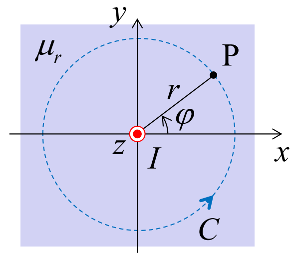
アンペアの法則の適用手順

1. 磁性体を含む場合は**磁性体版アンペアの法則**を適用する。磁性体を含まない場合はプロトタイプアンペアの法則を適用してもよい。
2. 伝導電流を積分路内部に含むよう**積分路C**を決める。積分路の方向は**右ねじの方向を正**と決める。磁力線を頭でイメージし、磁力線に沿った形に積分路を取る。
3. **ベクトル積分方程式**をスカラー積分方程式にして難易度を1ランク下げる。さらに、磁場が積分路上で一定である(ように積分路を決定した)ことを利用して、**未知数を積分の外に出す**。これで積分を単なる積に置き換えて難易度をさらに1ランク下げる。
4. 方程式を解いて**磁界H**を求める。
5. 構成方程式 B=μH より**磁束密度B**を求める。

磁性体版アンペアの法則①

【例題】比透磁率μ_rの磁性体中において、z軸上を流れる無限長直線電流I [A]がある。z軸から半径r [m]の円周上における磁界Hと磁束密度Bの大きさ を求めよ。

【解答】



[手順①] 積分路Cの形状と方向を決める。

$$\oint_C \vec{H}\bullet d\vec{l} = I$$

[手順②] ベクトル積分方程式をスカラーに直す。

$$\oint_C H dl \cos 0^\circ = I$$
$$\Rightarrow \oint_C H dl = I$$

[手順③] 未知数を積分の外に出す。

$$H\oint_C dl = I$$

[手順④] 方程式を解く。

$$H 2\pi r = I$$
$$\Rightarrow H = \frac{I}{2\pi r}$$

[手順④$^+$] 方向を考える。(ベクトルに戻す)

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi r}\hat{\varphi}$$

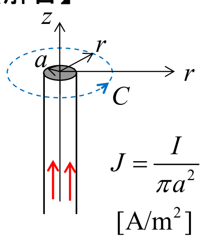
[手順⑤]　磁束密度に変換する。

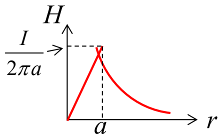
$$\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H} = \frac{\mu_0\mu_r I}{2\pi r}\hat{\varphi}$$

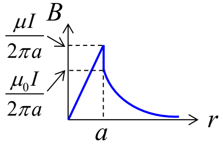
磁性体版アンペアの法則②

【例題】 真空中において、z軸を中心とした半径a [m]の無限長円柱磁性体に一様な電流 I [A]が流れている。磁性体の透磁率をμ [H/m]とするとき、半径rの円周上の磁界Hと磁束密度Bの大きさを求めよ。

【解答】





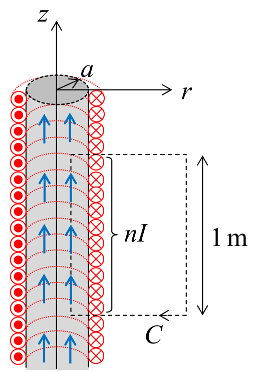


	r<aのとき	r>aのとき
[手順①]	$\oint_C \vec{H} \bullet d\vec{l} = \dfrac{\pi r^2 I}{\pi a^2}$	$\oint_C \vec{H} \bullet d\vec{l} = I$
[手順②]	$\oint_C Hdl\cos 0^\circ = \dfrac{\pi r^2 I}{\pi a^2}$ $\Rightarrow \oint_C Hdl = \dfrac{r^2 I}{a^2}$	$\oint_C Hdl\cos 0^\circ = I$ $\Rightarrow \oint_C Hdl = I$
[手順③]	$H\oint_C dl = \dfrac{r^2 I}{a^2}$	$H\oint_C dl = I$
[手順④]	$H 2\pi r = \dfrac{r^2 I}{a^2}$ $\Rightarrow H = \dfrac{I}{2\pi a^2} r$	$H 2\pi r = I$ $\Rightarrow H = \dfrac{I}{2\pi r}$
[手順④⁺]	$\vec{H} = \dfrac{I}{2\pi a^2} r\hat{\varphi}$	$\vec{H} = \dfrac{I}{2\pi r}\hat{\varphi}$
[手順⑤]	$\vec{B} = \mu\vec{H} = \dfrac{\mu I}{2\pi a^2} r\hat{\varphi}$	$\vec{B} = \mu_0\vec{H} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\varphi}$

磁性体版アンペアの法則③

【例題】 z軸上に置かれた透磁率μの均質な円柱磁性体に、単位長さあたりn巻のコイルが巻かれた無限長ソレノイドがある。コイルを流れる伝導電流をIとするとき、(1) ソレノイド内の磁界Hおよび磁束密度B (2) 磁化の強さMおよび表面磁化電流密度 J_{Sb} (3) ソレノイド内 を空心とした場合のBおよびMを求めよ。

【解答】



磁性体を含むアンペアの法則（磁化電流を考慮したアンペアの法則）より

$$\oint_C \vec{H} \bullet d\vec{l} = nI$$

$$\oint_C Hdl = nI$$

$$H\oint_C dl = nI$$

$$H \cdot 1 = nI$$

$$H = nI$$

$$\vec{H} = nI\hat{z},\quad \vec{B} = \mu nI\hat{z},\quad \vec{M} = \chi_m\vec{H} = \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right) nI\hat{z},\quad \vec{J}_{Sb} = \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right) nI\hat{\varphi},\quad \vec{B} = \mu_0 nI\hat{z},\quad \vec{M} = 0,$$

磁気粘性（磁気余効）

磁気余効 magnetic after effect

磁気粘性ともいう。強磁性体に作用する磁界に変化を与えた場合、磁化の変化に時間的遅れを生じる現象を言う。時間的に遅れる磁化成分をI_tと書くと(1)で表される。I_0は時刻t=0から∞までの磁化変化、τ は緩和時間である。また、周波数ωの交流磁界(2)に対して、磁化Iも交番変化を行うが、この変化は余効のために遅れを生じ、(3)で与えられる。δ は位相の遅れ角で、これを損失角という。なお、tan δ を損失角ということもある。 δ は交流磁化の際のエネルギー損失を規定する。磁化ではなく、透磁率の時間的遅れの現象も一種の磁気余効であるが、これをとくにディスアコモデーションと呼んでいる。

$$I_t = I_0(1 - e^{-t/\tau}) \qquad (1)$$

$$H = H_0 e^{j\omega t} \qquad (2)$$

$$I = I_0 e^{j(\omega t - \delta)} \qquad (3)$$

東京理科大学理工学辞典編集委員会編, 理工学辞典 p.603, 日刊工業新聞社

磁気緩和

磁気緩和 magnetic relaxation

磁気モーメントをもち、外部磁場のもとで、平衡状態にある系に対して、急に外部磁場を変化させたとき、その変化にすぐには追従できず新しい平衡状態に達するまでに時間を必要とする。これを、磁気緩和現象と言う。これにかかる時間を磁気緩和時間という。このような緩和過程にはつぎのようなものがある。①スピン系内でのエネルギー再分配（スピン–スピン緩和）②スピン系と格子系とのエネルギーの交換（スピン–格子緩和）

東京理科大学理工学辞典編集委員会編, 理工学辞典, p.597, 日刊工業新聞社