

磁性体を含むアンペアの法則

1st. 2011/04/07
Lst. 2022/12/17

真空中のアンペアの法則

【ベクトル形】 ビオ-サバルの法則を積分形にして一般化

積分すれば積分定数Cが付いて様々なケースが含まれるイメージ

積分路が閉じていることを示す記号

積分路上の磁束密度

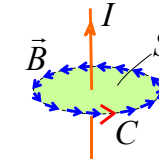
積分路を構成する微小線素 (方向は経路Cの方向)

真空の透磁率 $4\pi \times 10^{-7}$

内積記号

積分が経路Cに沿った線積分であること示す記号

積分路内部に含まれる伝道電流 (右ねじが正)



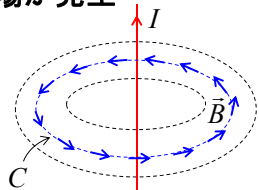
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

単位系 $[\text{Wb}/\text{m}^2] \times [\text{m}] = [\text{H}/\text{m}] \times [\text{A}]$

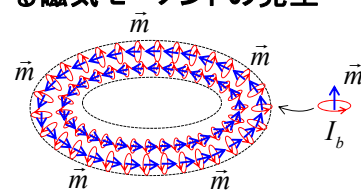
【解説】 経路Cに沿って磁場Bを線積分(微小長さdlを掛けて総和)すると、積分路内部に含まれる電流Iを μ_0 倍した値に等しい。

磁化電流の考慮

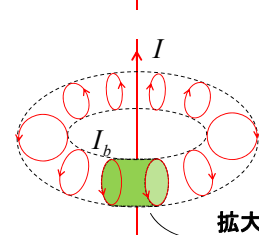
①伝導電流によって
周囲に磁場が発生



②周辺磁性体の磁化による
磁気モーメントの発生



③発生した磁気モーメントを
等価磁化電流で考えたモデル



④周辺磁性体の磁化ベクトル
と磁化電流密度[A/m]の関係

$$\vec{J}_{sb} = \vec{M} \times \hat{n}$$

磁化電流(束縛電流)

束縛電流

積分路上の磁化ベクトル

積分が積分路Cに沿った線積分であること示す記号

積分路を構成する微小線素ベクトル

$$I_b = \oint_C \vec{M} \cdot d\vec{l}$$

単位系 $[\text{A}] = [\text{A}/\text{m}] \times [\text{m}]$

アンペアの法則の修正

【ベクトル形】

磁化電流を考慮

積分路が閉じていることを示す記号

積分路上の磁束密度

積分路を構成する微小線素

積分路内部に含まれる束縛電流 (磁化電流)

真空の透磁率 $4\pi \times 10^{-7}$

内積記号

積分が積分路Cに沿った線積分であることを示す記号

積分路内部に含まれる電流 (右ねじ方向が正)

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 I_b$$

単位系 $[\text{Wb}/\text{m}^2] \times [\text{m}] = [\text{H}/\text{m}] \times [\text{A}]$

磁性体版アンペアの法則

【ベクトル形】

上位互換バージョン

積分路が閉じていることを示す記号

積分路上の磁界ベクトル

積分路を構成する微小線素ベクトル

磁化電流を含む

内積記号

積分が積分路Cに沿った線積分であることを示す記号

積分路内部に含まれる伝導電流 (右ねじを正)

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

単位系 $[\text{A}/\text{m}] \times [\text{m}] = [\text{A}]$

レジュメ: https://www.kusamab.org/lecture/em2/B4_ampere_magnetics.pdf

磁界の定義

磁束密度

磁界

磁化

真空の透磁率 $4\pi \times 10^{-7}$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

単位系 $[\text{A}/\text{m}] = [\text{Wb}/\text{m}^2] \div [\text{H}/\text{m}] - [\text{A}/\text{m}]$

磁束密度と磁界と磁化

磁束密度

磁界

磁化

外部磁場 \vec{B}_e

内部磁場 \vec{B}_m

真空中

磁性体中

$$\vec{B} = \underbrace{\mu_0 \vec{H}}_{\vec{B}_e} + \underbrace{\mu_0 \vec{M}}_{\vec{B}_m}$$

比透磁率の定義

磁束密度 \vec{B} 磁気感受率 χ_m 磁界 \vec{H}

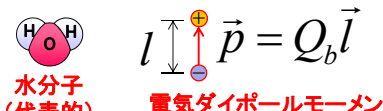
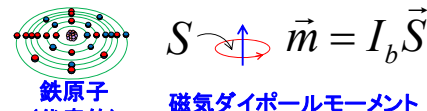
$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$$

真空の透磁率 $4\pi \times 10^{-7}$ 比透磁率 μ_r

単位系 [Wb/m²] = [H/m] × [A/m]

磁気感受率 magnetic susceptibility
 磁気分極 P_m と磁界強度 H との間に H の大きさが小さければ、次の関係式が成立する。
 $P_m = \mu_0 \chi_m H$
 このときの比例係数 χ_m のことをいう。 $\chi_m > 0$ の物質が常磁性体、 $\chi_m < 0$ のものが反磁性体である。
 東京理科大学理工学辞典編集委員会編, p.597, 理工学辞典, 日刊工業新聞社

誘電体と磁性体の類似性

真空中のガウスの法則 $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0}$	真空中のアンペアの法則 $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$
分極電荷(誘電体)の考慮  $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0} - \frac{Q_b}{\epsilon_0}$	磁化電流(磁性体)の考慮  $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 I_b$
誘電体を含む ガウスの法則 $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$	磁性体を含む アンペアの法則 $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$

アンペアの法則の適用手順

1. 磁性体を含む場合は磁性体版アンペアの法則を適用する。磁性体を含まない場合はプロトタイプアンペアの法則を適用してもよい。
2. 伝導電流を積分路内部に含むよう積分路Cを決める。積分路の方向は右ねじの方向を正と決める。磁力線を頭でイメージし、磁力線に沿った形に積分路を取る。
3. ベクトル積分方程式をスカラー積分方程式にして難易度を1ランク下げる。さらに、磁場が積分路上で一定である(ように積分路を決定した)ことを利用して、未知数を積分の外に出す。これで積分を単なる積に置き換えて難易度をさらに1ランク下げる。
4. 方程式を解いて磁界Hを求める。
5. 構成方程式 $B = \mu H$ より磁束密度Bを求める。

磁性体版アンペアの法則①

【例題7.1】比透磁率 μ_r の磁性体中において、z軸上を流れる無限長直線電流 I [A] がある。z軸から半径 r [m] の円周上における磁界 H と磁束密度 B の大きさを求めよ。(教科書, p.103)

【解答】[手順①] 積分路Cの形状と方向を決める。

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

[手順②] ベクトル積分方程式をスカラーに直す。

$$\oint_C H dl \cos 0^\circ = I$$

$$\Rightarrow \oint_C H dl = I$$

[手順③] 未知数を積分の外に出す。

$$H \oint_C dl = I$$

[手順④] 方程式を解く。

$$H 2\pi r = I$$

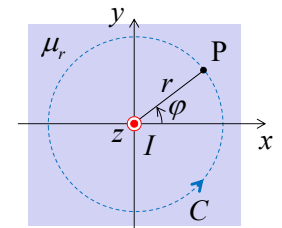
$$\Rightarrow H = \frac{I}{2\pi r}$$

[手順④+] 方向を考える。(ベクトルに戻す)

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi r} \hat{\phi}$$

[手順⑤] 磁束密度に変換する。

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r} \hat{\phi}$$



磁性体版アンペアの法則②

【例題7.1改】真空中において、z軸を中心とした半径a [m]の無限長円柱磁性体に一樣な電流I [A]が流れている。磁性体の透磁率をμ [H/m]とすると、半径rの円周上の磁界Hと磁束密度Bの大きさを求めよ。

【解答】

【手順①】 $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \frac{\pi r^2 I}{\pi a^2}$ (r < a のとき) $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$ (r > a のとき)

【手順②】 $\oint_C H dl \cos 0^\circ = \frac{\pi r^2 I}{\pi a^2}$ $\oint_C H dl \cos 0^\circ = I$

$\Rightarrow \oint_C H dl = \frac{r^2 I}{a^2}$ $\Rightarrow \oint_C H dl = I$

【手順③】 $H \oint_C dl = \frac{r^2 I}{a^2}$ $H \oint_C dl = I$

【手順④】 $H 2\pi r = \frac{r^2 I}{a^2}$ $H 2\pi r = I$

$\Rightarrow H = \frac{r^2 I}{2\pi a^2}$ $\Rightarrow H = \frac{I}{2\pi r}$

【手順④+】 $\begin{cases} \vec{H} = \frac{I}{2\pi a^2} r \hat{\phi} \\ \vec{B} = \mu \vec{H} = \frac{\mu I}{2\pi a^2} r \hat{\phi} \end{cases}$ $\begin{cases} \vec{H} = \frac{I}{2\pi r} \hat{\phi} \\ \vec{B} = \mu_0 \vec{H} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi} \end{cases}$

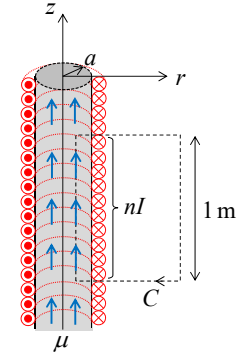
【手順⑤】

磁性体版アンペアの法則③

【演習】z軸上に置かれた透磁率μの均質な円柱磁性体に、単位長さあたりn巻のコイルが巻かれた無限長ソレノイドがある。コイルを流れる伝導電流をIとすると、(1)ソレノイド内の磁界Hおよび磁束密度B (2)磁化の強さMおよび表面磁化電流密度J_{sb} (3)ソレノイド内を空心とした場合のBおよびMを求めよ。(教科書、章末7.1)

【解答】磁性体を含むアンペアの法則 (磁化電流を考慮したアンペアの法則)より

$$\begin{aligned} \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} &= nI \\ \oint_C H dl &= nI \\ H \oint_C dl &= nI \\ H \cdot 1 &= nI \\ H &= nI \end{aligned}$$



$$\vec{H} = nI \hat{z}, \quad \vec{B} = \mu nI \hat{z}, \quad \vec{M} = \chi_m \vec{H} = \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right) nI \hat{z}, \quad \vec{J}_{sb} = \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right) nI \hat{\phi}, \quad \vec{B} = \mu_0 nI \hat{z}, \quad \vec{M} = 0,$$

磁気粘性 (磁気余効)

磁気余効 magnetic after effect

磁気粘性ともいう。強磁性体に作用する磁界に変化を与えた場合、磁化の変化に時間的遅れを生じる現象を言う。時間的に遅れる磁化成分をI_tと書くと(1)で表される。I₀は時刻t=0から∞までの磁化変化、τは緩和時間である。また、周波数ωの交流磁界(2)に対して、磁化も交番変化を行うが、この変化は余効のために遅れを生じ、(3)で与えられる。δは位相の遅れ角で、これを損失角という。なお、tan δを損失角ということもある。δは交流磁化の際のエネルギー損失を規定する。磁化ではなく、透磁率の時間的遅れの現象も一種の磁気余効であるが、これをとくにディスアコモデーションと呼んでいる。

$$I_t = I_0(1 - e^{-t/\tau}) \quad (1)$$

$$H = H_0 e^{j\omega t} \quad (2)$$

$$I = I_0 e^{j(\omega t - \delta)} \quad (3)$$

磁気緩和

磁気緩和 magnetic relaxation

磁気モーメントをもち、外部磁場のもとで、平衡状態にある系に対して、急に外部磁場を変化させたとき、その変化にすぐには追従できず新しい平衡状態に達するまでに時間を必要とする。これを、磁気緩和現象と言う。これにかかる時間を磁気緩和時間という。このような緩和過程にはつぎのようなものがある。①スピン系内でのエネルギー再分配(スピン-スピン緩和)②スピン系と格子系とのエネルギーの交換(スピン-格子緩和)