磁気回路

v1.9 Nov.2023　　　　　　　　番号:＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名:＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1. 磁気回路とは

図 1 に示す鉄心環状ソレノイドに，磁性体を含むアンペアの法則を適用すると次式 (1) となる。

$$\oint_C \vec{H} \bullet d\vec{l} = NI \tag{1}$$

これまでの解法であれば，鉄心断面 S 上における磁界 H は一定であると考えて積分路の長さを l とすれば，式 (1) は

$$Hl = NI \quad \rightarrow \quad H = \frac{NI}{l},\ B = \mu H = \frac{\mu NI}{l} \tag{2}$$

となって，磁界 H と磁束密度 B を求めることができた。ここでは，別解法として次のような式変形を行う。まず磁束 Φ と磁界 H の関係を表す次式 (3) より

$$\Phi = \int_S \vec{B} \bullet d\vec{s} = BS = \mu HS \tag{3}$$

なので，次式 (4) のように磁界 H を磁束 Φ で表現することできる。

$$H = \frac{\Phi}{\mu S} \tag{4}$$

ここで，式 (4) を式 (1) に戻して磁界 H を消去すると

$$\oint_C \frac{\Phi}{\mu S} dl = NI \tag{5}$$

となる。Φ は積分路 C 上で一定なので，式 (5) を変形すると

$$\Phi \oint_C \frac{1}{\mu S} dl = NI \tag{6}$$

が得られる。ここで，閉積分項 $\oint_C \frac{1}{\mu S} dl$ を R_{m} で置き換えると

$$\Phi R_{\mathrm{m}} = NI \tag{7}$$

となる。式 (7) を電気回路のオームの法則

$$IR = E \tag{8}$$

に対応させると，式 (7) と式 (8) の比較より

$$\Phi \leftrightarrow I, \quad R_{\mathrm{m}} \leftrightarrow R, \quad NI \leftrightarrow E \tag{9}$$

なる対応関係が成立する。この関係を用いて図 1 を回路的に表現すると図 2 となる。この図で，NI を起磁力 (電気回路における起電力 E に相当)，R_{m} を磁気抵抗 (電気回路における抵抗 R に相当) と呼び，Φ は磁束 (電気回路における電流 I に相当) である。図 3 に示す一般的な電気回路に対応させて，これを**磁気等価回路** (magnetic equivalent circuit) と呼ぶ。また，図 4 に磁気回路におけるオームの法則をまとめる。これより，磁気抵抗 R_{m} は磁路 (積分路 C の長さ) に比例し，透磁率 μ と断面積 S に反比例することが分かる。

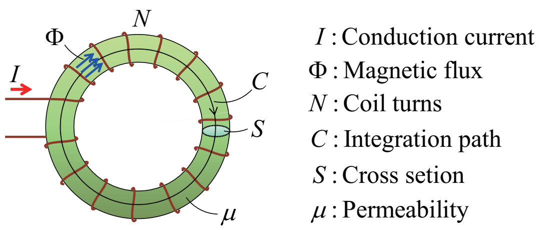

図 1　鉄心環状ソレノイド

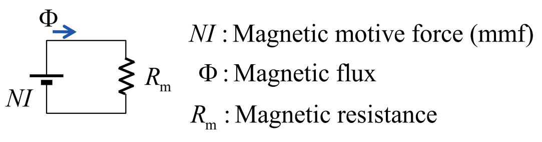

図 2　磁気等価回路

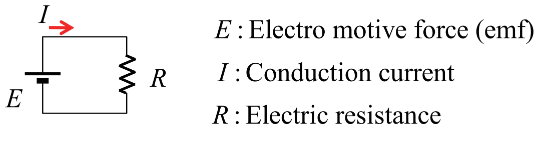

図 3　電気回路

2. 透磁率の物理的な意味

ここで，透磁率の物理的な意味について回路的な視点から検討してみる。式 (6) から磁気抵抗の項を改めて抽出すると

$$R_{\mathrm{m}} = \oint_C \frac{1}{\mu S} dl \tag{10}$$

となる。今，長さ l からなる積分路 C 上で鉄心の透磁率 μ と断面積 S が一定ならば，式 (10) は

$$R_{\mathrm{m}} = \oint_C \frac{1}{\mu S} dl = \frac{1}{\mu S} \oint_C dl = \frac{l}{\mu S} \tag{11}$$

となる。ここで，長さ l，断面積 S，抵抗率 ρ [Ω/m] または導電率 σ [S/m] からなる電気抵抗体の電気抵抗 [Ω] を表す式

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{l}{\sigma S} \tag{12}$$

と式 (11) を比較すると，次式 (13) の対応関係があることが分かる[*1]。

$$\mu \leftrightarrow \sigma \tag{13}$$

即ち，透磁率 μ が大きいことは電気回路に置き換えると導電率 σ が大きいことを意味し，磁気抵抗が小さくなって磁束が流れやすくなることを示している。一般に，絶縁体である空気の導電率は $\sigma \simeq 10^{-15}$ で，銅の導電率 $\sigma \simeq 10^{7}$ との間に 10^{22} 程度の差があるため，電流が銅線から空気中に漏れることはない。しかし，空気の透磁率 $\mu \simeq 10^{-6}$ と強磁性体の透磁率 $\mu \simeq 10^{-3}$ の差は高々 10^{3} 程度の差であり，磁束は鉄心から空気中に漏れやすい性質がある。

3. 磁気回路におけるオームの法則の適用例

今度は，図 5 に示すギャップ付き鉄心環状ソレノイド内部および，ギャップ部分の磁界を磁気回路におけるオームの法則から求めてみる。式 (11) より，鉄心部分の磁気抵抗 R_{m1} および，ギャップの磁気抵抗 R_{m2} は

$$R_{\mathrm{m1}} = \frac{l-\delta}{\mu S}, \quad R_{\mathrm{m2}} = \frac{\delta}{\mu_0 S} \tag{14}$$

となる。ただし，ギャップ部分の磁束は漏れなくすべて鉄心に入ると仮定し，積分路 C の長さは l とする。この 2 つの磁気抵抗は起磁力 NI，磁束 Φ に対して直列に接続されているので，磁気回路方程式は次式となる。

$$\Phi(R_{\mathrm{m1}} + R_{\mathrm{m2}}) = NI \tag{15}$$

従って，磁路を流れる磁束 Φ は

$$\Phi = \frac{NI}{R_{\mathrm{m1}} + R_{\mathrm{m2}}} \tag{16}$$

となり，$\Phi = BS = \mu HS$ より次式で磁界を求めることができる。

$$H_1 = \frac{\Phi}{\mu S}, \quad H_2 = \frac{\Phi}{\mu_0 S} \tag{17}$$

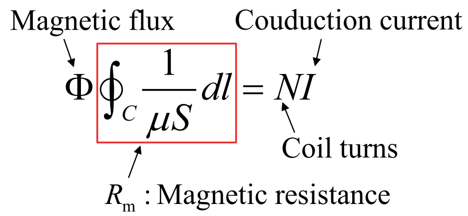

図 4　磁気回路におけるオームの法則

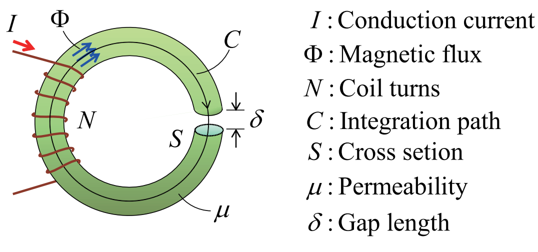

図 5　ギャップ付き鉄心環状ソレノイド

---

*1 抵抗 (Resistance) を人間の小我に例えると，S は器の大きさ，l は執着の強さや長さ，ρ は血筋や遺伝子と似ている。我が小さいほど I が沢山流れる。