磁気回路

v1.5 Nov.2021　　　　＿＿＿＿＿科＿＿＿年＿＿＿番　氏名:＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1. 磁気回路とは

図 1 に示す鉄心環状ソレノイドに，磁性体を含むアンペアの法則を適用すると次式 (1) となる。

$$\oint_C \vec{H} \bullet d\vec{l} = NI \tag{1}$$

これまでの解法であれば，鉄心断面 S 上における磁界 H は一定であると考えて積分路の長さを l とすれば，式 (1) は

$$Hl = NI \quad \to \quad H = \frac{NI}{l},\ B = \frac{\mu NI}{l} \tag{2}$$

となって，磁界 H と磁束密度 B を求めることができた。ここでは，別解法として次のような式変形を行う。まず磁束 Φ と磁界 H の関係を表す次式 (3) より

$$\Phi = \int_S \vec{B} \bullet d\vec{s} = BS = \mu HS \tag{3}$$

これより，次式 (4) のように磁界 H を磁束 Φ で表現することできる。

$$H = \frac{\Phi}{\mu S} \tag{4}$$

ここで，式 (4) を式 (1) に戻して磁界 H を消去すると

$$\oint_C \frac{\Phi}{\mu S} dl = NI \tag{5}$$

となる。Φ は積分路 C 上で一定なので，式 (5) をさらに変形して

$$\Phi \oint_C \frac{1}{\mu S} dl = NI \tag{6}$$

が得られる。ここで，積分記号内の $1/\mu S$ を R_m で置き換えると

$$\Phi R_\mathrm{m} = NI \tag{7}$$

となる。式 (7) を電気回路のオームの法則

$$IR = E \tag{8}$$

に対応させると，式 (7) と式 (8) の比較より

$$\Phi \leftrightarrow I, \quad R_\mathrm{m} \leftrightarrow R, \quad NI \leftrightarrow E \tag{9}$$

なる対応関係が成立する。この関係を用いて図 1 を回路的に表現すると図 2 となる。この図で，NI を起磁力 (電気回路における起電力 E に相当する)，R_m を磁気抵抗 (電気回路における抵抗 R に相当する) と呼び，Φ は磁束 (電気回路における電流 I に相当する) である。図 3 に示す一般的な電気回路に対応させてこれを**磁気等価回路** (magnetic equivalent circuit) と呼ぶ。また，図 4 に磁気回路におけるオームの法則をまとめる。これより，磁気抵抗 R_m は磁路 (積分路 C の長さ) に比例し，透磁率 μ と断面積 S に反比例することが分かる。

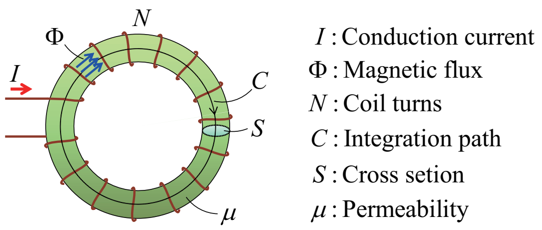

図 1　鉄心環状ソレノイド

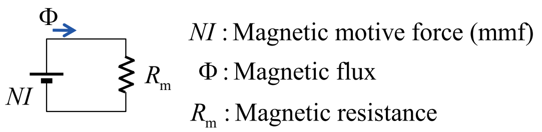

図 2　磁気等価回路

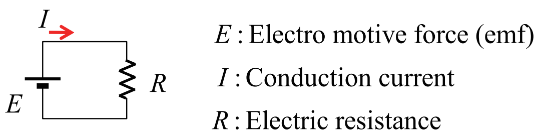

図 3　電気回路

2. 透磁率の物理的な意味

ここで，透磁率の物理的な意味について回路的な視点から検討してみる。式 (6) から磁気抵抗の部分を改めて抽出すると

$$R_\mathrm{m} = \oint_C \frac{1}{\mu S} dl \tag{10}$$

となる。今，長さ l からなる積分路 C 上で鉄心の透磁率 μ と断面積 S が一定ならば，式 (10) は

$$R_\mathrm{m} = \oint_C \frac{1}{\mu S} dl = \frac{l}{\mu S} \tag{11}$$

となる。ここで，長さ l，断面積 S，抵抗率 ρ [Ω/m] または導電率 σ [S/m] からなる電気抵抗体の電気抵抗 [Ω] を表す式

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{l}{\sigma S} \tag{12}$$

と式 (11) を比較すると，次式 (13) の対応関係があることが分かる[*1]。

$$\mu \leftrightarrow \sigma \tag{13}$$

即ち，透磁率 μ が大きいことは電気回路に置き換えると導電率 σ が大きいことを意味し，磁気抵抗の値が小さくなって磁束が流れやすくなることを示している。一般に，絶縁体の空気の導電率 $\sigma \simeq 10^{-15}$ と銅の導電率 $\sigma \simeq 10^{7}$ では 10^{22} 程度の差があり，電流 I が銅線から空気中に漏れることはない。しかしながら，空気の透磁率 $\mu \simeq 10^{-6}$ と強磁性体の透磁率 $\mu \simeq 10^{-3}$ の差は高々 10^{3} 程度の差であり，磁束 Φ は鉄心から空気中に漏れやすい性質がある。

3. 磁気回路におけるオームの法則の適用例

ここで，図 5 に示すギャップ付き鉄心環状ソレノイド内部および，ギャップ部分の磁界を磁気回路におけるオームの法則から求めてみる。式 (11) において，鉄心部分の磁気抵抗 R_m1 および，ギャップの磁気抵抗 R_m2 は

$$R_\mathrm{m1} = \frac{l-\delta}{\mu S}, \quad R_\mathrm{m2} = \frac{\delta}{\mu_0 S} \tag{14}$$

となる。ただし，ギャップ部分の磁束は漏れなくすべて鉄心に入るものと仮定し，積分路 C の長さは l とする。この 2 つの磁気抵抗は起磁力 NI，磁束 Φ に対して直列に接続されているので，磁気回路方程式は次式となる。

$$\Phi(R_\mathrm{m1} + R_\mathrm{m2}) = NI \tag{15}$$

従って，磁路を流れる磁束 Φ は

$$\Phi = \frac{NI}{R_\mathrm{m1} + R_\mathrm{m2}} \tag{16}$$

となり，$\Phi = BS = \mu HS$ より次式で磁界を求めることができる。

$$H_1 = \frac{\Phi}{\mu S}, \quad H_2 = \frac{\Phi}{\mu_0 S} \tag{17}$$

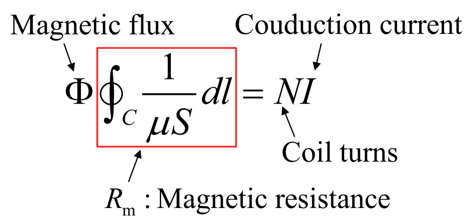

図 4　磁気回路におけるオームの法則

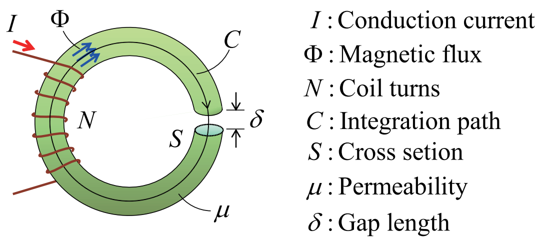

図 5　ギャップ付き鉄心環状ソレノイド

[*1] 抵抗 (Resistance) を人間の自我に例えると，S は人としての器の大きさや陰徳，l は拘りや執着の強さ，ρ は血筋や遺伝子と考えると覚えやすい。