ファラデーの法則 (演習問題)

v2.7 Nov.2020　　凡例: ♣◇ 教科書 ♡ 演習書 ♠ 他文献　　番号:＿＿＿＿＿＿　氏名:＿＿＿＿＿＿

1. ♣ 一様な磁束密度 B [T] の中で，巻数 N，面積 S [m^2] のコイルが角速度 ω で回転している。コイルの法線面と磁束密度のなす角度を $\theta = \omega t$ として，コイルを貫く磁束，磁束鎖交数，誘導起電力を求めよ。(教科書，例題 8.1) [*1]

2. ◇ 巻数 10 回のコイルに 0.25 Wb の磁束が通っている．この磁束を直線的に減少させて，1/100 秒間に 0 としたとき，コイルに発生する起電力は幾らか。(教科書，演習 8.1) [*2]

3. ◇ 正弦波状に変化する磁束 $\Phi = \Phi_0 \sin\omega t$ [Wb] が巻数 N 回のコイルと鎖交しているとき，コイルに誘導される起電力を求めよ。ただし，磁束の振幅は Φ_0 は一定である。(教科書，演習 8.2) [*3]

4. ◇ 半径 5 cm，巻数 600 回の円形コイルが，磁束密度 0.1 T の一様な磁界中で磁界に垂直な軸のまわりを毎分 1500 回転するとき，コイルに発生する交流電圧の振幅と周波数を求めよ。(教科書，演習 8.3) [*4]

5. ◇ 一辺の長さが a [m]，巻数 N の正方形コイルが中心 $(a/2, a/2)$ として xy 平面上に置かれている．変動磁場 $B = B_0 \sin(\pi x)\sin(\omega t)$ が面を垂直に貫くとき，誘導電圧を求めよ．(教科書，演習 8.4) [*5]

6. ♡ 2 辺の長さが a, b [m]，巻数 N 回の長方形コイルを平等磁界 H_0 [A/m] の中で，磁界に垂直な軸のまわりを角速度 ω [rad/s] で回転させるとき，コイルの両端に生じる電圧を求めよ。ただし，t=0 秒のとき，コイル面の法線方向は H_0 の方向とする。(教科書，演習 8.6) [*6]

7. ♠ 半径 R，単位長さあたり n 巻の非常に長いソレノイドに，電流 $I = I_0 \cos\omega t$ に従って変化する電流が流れる．ここで，I_0 は最大電流であり，ω は電流源の角振動数である．ソレノイドの軸線からの距離 r の位置における電界を求めよ。(R. A. Serway，科学者と技術者のための物理学 III 電磁気学，p.909, 例題 31.7) [*7]

8. ♠ ベクトル形のファラデーの法則からスカラー形のファラデーの法則を導出し，図を用いて各変数をすべて説明せよ。ただし，$\vec{E} = E_t\hat{t} + E_n\hat{n}$ とし，$\vec{B} = B_t\hat{t} + B_n\hat{n}$ とし，$\hat{t}$ は積分路 C 上または積分面 S 上の接線方向単位ベクトル，$\hat{n}$ は積分路 C 上または積分面 S 上の法線方向単位ベクトルとする。[*8]

★ **公式集**

磁束鎖交数

$$\varphi = N\Phi \quad [\mathrm{Wb}], \quad N = nl : \text{巻数}, \ \ n : \text{単位長さあたりの巻数} \tag{1}$$

ファラデーの法則

$$e = -\frac{d\varphi}{dt} \quad [\mathrm{V}], \quad \text{or} \quad \oint_C \vec{E} \bullet d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \bullet d\vec{s} \quad [\mathrm{V}], \tag{2}$$

磁場の変化がない場合，即ち $\partial/\partial t = 0$ のときは

$$\oint_C \vec{E} \bullet d\vec{l} = 0, \quad \text{保存場（する仕事＝される仕事）の性質 [J]} \tag{3}$$

[*1] **答え**：$B\cos\omega t$ [Wb], $NB\cos\omega t$ [Wb], $N\omega BS\sin\omega t$ [V]

[*2] **答え**：250 V

[*3] **答え**：$N\omega\Phi_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ [V]

[*4] **答え**：73.9 V, 25 Hz

[*5] **答え**：$-2NfaB_0(1 - \cos\pi a)\cos\omega t$ [V]

[*6] **答え**：$\mu_0 H_0 Nab\omega \sin\omega t$ [V]

[*7] **答え**：$E = \frac{\mu_0 n I_0 \omega R^2}{2r}\sin\omega t \quad (r > R), \quad \frac{\mu_0 n I_0 \omega}{2} r \sin\omega t \quad (r < R)$

[*8] **答え**：$\oint_C \vec{E} \bullet d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B} \bullet d\vec{s} \rightarrow \oint_C (E_t\hat{t} + E_n\hat{n}) \bullet dl\hat{t} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S (B_t\hat{t} + B_n\hat{n}) \bullet ds\hat{n} \rightarrow \oint_C E_t dl = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S B_n ds$