

目次

| | | |
|-------|-----------|---|
| 第 1 章 | 渦電流と表皮効果 | 3 |
| 1.1 | 渦電流 | 4 |
| 1.1.1 | 誘導加熱 | 5 |
| 1.1.2 | アラゴの円板 | 5 |
| 1.1.3 | 変圧器 | 5 |
| 1.2 | 表皮効果 | 7 |
| 1.2.1 | 円形導体の表皮効果 | 7 |

1.1 渦電流

図 1.1 左上に示すように、静電界^{*1}では、閉路 C に沿って電界 \vec{E} [V/m] を 1 周積分するとゼロになる性質があった。

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (1.1)$$

ここで、 $\vec{E} \cdot d\vec{l}$ は単位電荷あたりに働く力 \vec{F} [N/C] と距離 \vec{l} [m] の内積なので^{*2}、その単位は仕事 [J/C] となる。つまり、式 (1.1) は「する仕事とされる仕事の総和」が常に ± 0 になることを意味している。静電界ではこれを保存場の性質と呼んだ。

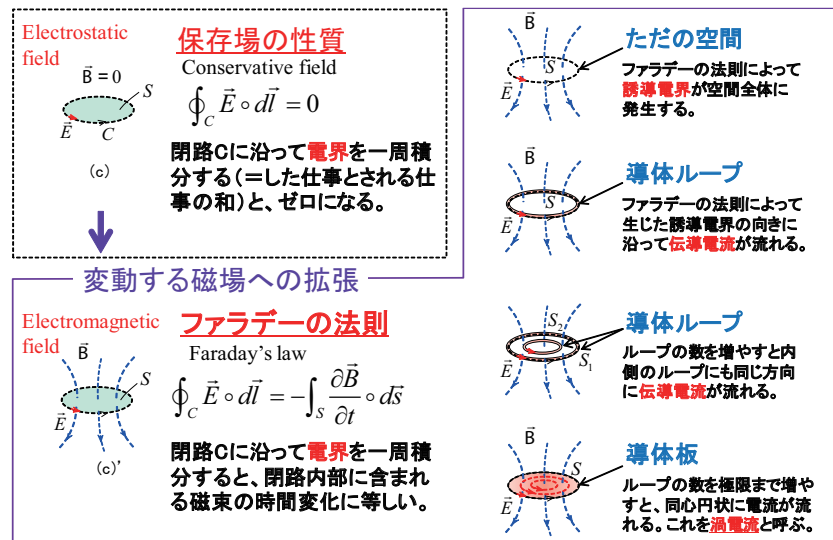


図 1.1 渦電流の発生

一方、図 1.1 左下に示すように、時間変動する磁場空間^{*3}では、閉路 C に沿って電界を 1 周積分すると、閉路内部 S に含まれる磁束^{*4}の時間変化に等しくなる。

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} \quad (1.2)$$

これをファラデーの法則と呼んだ。つまり式 (1.2) は、左辺が表す「する仕事とされる仕事の総和」は ± 0 にはならず、右辺が表す「磁束の時間変化を妨げるエネルギー」になっていることを意味している。これを図 1.1 右に示すように、4 つのケースに分けて考えてみる。右上は空間上の仮想ループ C に誘導電界が発生することを示しており、右上から 2 番目は空間上の導体ループ C に伝導電流が流れる^{*5}ことを示している。右上から 3 番目は空間上の導体ループ C を 2 つに増やした場合で、内側と外側の導体ループの両方に電流が流れることを示している。右下は導体ループの数を極限まで増やして導体板にした場合で、同心円状に電流が流れることを示している。これを渦（うず）電流と呼ぶ。

^{*1} 電荷は静止し均衡しており電流は流れない。電流が流れないので磁場は存在しない電場だけの空間。

^{*2} クーロンの法則 $\vec{F} = q\vec{E}$ において、電荷 q を $+1$ C の単位電荷とすれば電界 \vec{E} は力 \vec{F} に等しい。

^{*3} 交流の伝導電流 $I(t)$ が空間のどこかに流れていれば、その周囲には時間変動する磁場が自然にできる。

^{*4} 磁束は磁場の流束の略で、 $\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$ で定義される物理量である。

^{*5} $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ より、ループ C が大きな導電率 σ を持っていれば、誘導電界は自然に伝導電流になる。

1.1.1 誘導加熱

図 1.2 は渦電流を積極的に利用した Inductive Heating (IH) の動作原理を示している。図 1.2 左の誘導コイルに伝導電流を流すと、その周囲にはアンペアの法則によって磁界が生じる。この磁界が時間的に変動すれば、式 (1.2) のファラデーの法則によって周囲の空間に渦状の誘導電界を生じる。そして、図 1.2 右に示すように、その空間中に導体でできた鍋を置けば誘導電界は伝導電流になる*6。導電率は有限の値なので、ジュールの法則から導体でできた鍋自体が発熱し、加熱に利用することができる。

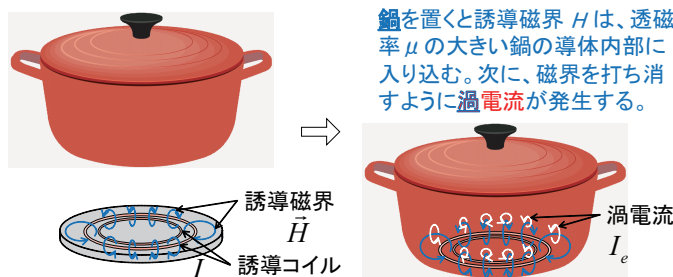


図 1.2 誘導加熱 (IH) の例

1.1.2 アラゴの円板

また、良く知られた物理科学実験として、図 1.3 に示すアラゴの円板がある。円板の上に磁石を近づけて速度 v でアルミ円板の円周に沿って動かすと、アルミ円板も同じ方向にやがて回転し始める。これは、次のようにして説明できる。磁石の左側には存在しなかった磁場が急に下向きに生じるので、これを打ち消すようにファラデーの法則によって反時計回りの渦電流が発生する。同時に、磁石の右側では存在していた下向きの磁場が急になくなるので、これを補うようにファラデーの法則によって時計回りの渦電流が発生する。図 1.3 右上の拡大図に示すように、このとき磁石の直下ではフレミング左手の法則によって磁石の運動方向と同じ方向に力を生じる。この力によって円板自体が回転するという仕組みである。磁石を動かす代わりに円板を回転させても相対的には同じなので同様に渦電流が発生する。前者は一般家庭の電力量メーター、後者は非接触で摩擦がないジェットコースターの電磁ブレーキなどに利用されている。

1.1.3 変圧器

図 1.4 は渦電流の発生を抑えた変圧器の動作原理を示している。変圧器は交流で使われるため、図 1.4 左に示すように、鉄心を通る磁束の時間変動によって鉄心断面に渦電流が発生する。これはジュール損となって変圧器の電力損失となる*7。これを抑えるため、図

*6 渦電流の周囲にはアンペアの法則より磁界を生じ、その磁界を打ち消すためにまた電流が流れる…というように電流が減衰して小さくなるまで無限に繰り返す。なお、磁力線は鍋以外の空間にも漏れて人体を貫く。このため、人体防護の観点からガイドラインが決められている。

*7 鉄に代表される磁性体を使った回路の損失には 2 種類あり、1 つは銅損（巻線のジュール熱による損失）、もう 1 つは鉄損（磁性損または磁気損失）である。後者はヒステリシス損と渦電流損に分けられる。

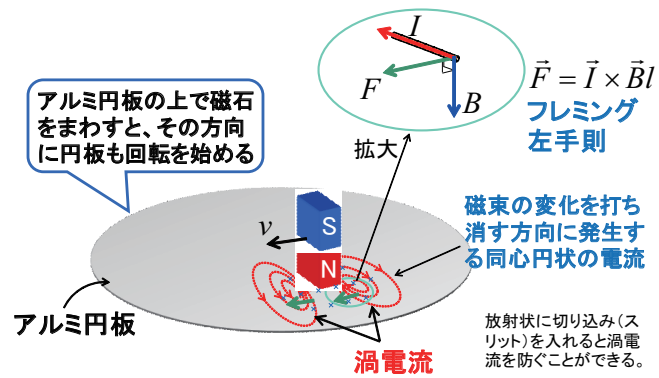


図 1.3 アラゴの円板の回転原理

1.4 右に示すように、渦電流経路を切断するように互いに絶縁された積層状の鉄心が使われている。

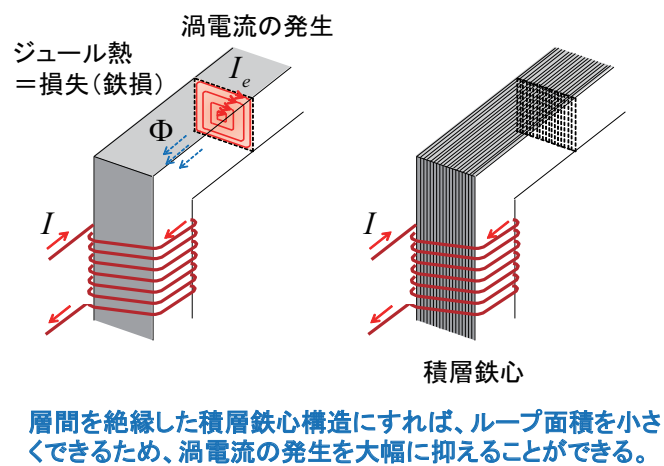


図 1.4 渦電流の発生による電力損失を抑えた変圧器(トランス)の例

1.2 表皮効果

1.2.1 円形導体の表皮効果

図 1.5 のように、半径 a [m] の円形導体に伝導電流 I [A] が流れる場合について考える。伝導電流 I が直流の場合の磁界分布は、アンペアの法則より図 1.5 左上のようになることは既に学んでいる。今度は伝導電流 I が交流で周波数が高くなる場合について考える。交流電流 I によって発生する磁場 \vec{H} は円周方向に向きを反転させながら時間変動するので、この磁場の変化を打ち消すようにファラデーの法則

$$e = -\frac{d\varphi}{dt} \quad (1.3)$$

によって渦状の誘導電界が yz 断面に発生する。この間隔は波長を λ とすると $\lambda/2$ 毎に z 方向に繰り返される。円形導体内部ではこれが渦電流 I_e になる*8。この渦電流 I_e と元々流れていた伝導電流 I の足し合わせが全体の電流 I_T となるので、

$$I_T = I + I_e \quad (1.4)$$

となる。この合成電流は中心は互いに打ち消し合い、外側で強め合うために全電流は導体表皮に集中して流れるようになる。そして、周波数が高いほどこの影響は強くなる*9。縦軸に電流密度 J [A/m²]、横軸に半径 r [m] としたとき、電流密度の断面分布は図 1.5 左下のようになる。つまり、周波数が高いときはほぼ導体表面にしか電流が流れなくなり、中空パイプに電流を流しているのと同じで単位長さ当たりの導体抵抗 R [Ω /m] も大きく見える。

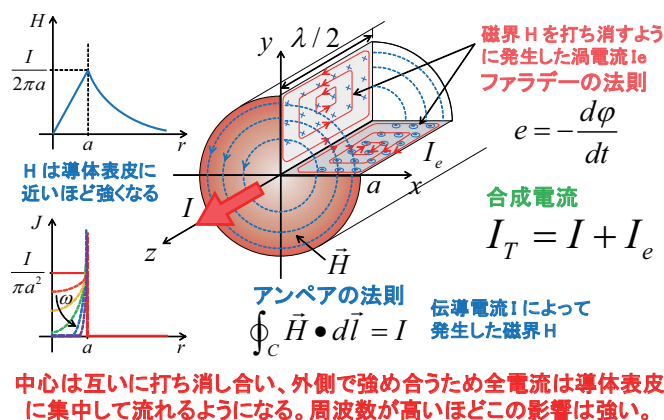


図 1.5 表皮効果

*8 円柱導体外部は空気（導電率 $\sigma = 0$ ）なので、伝導電流にはならず誘導電界だけが発生している。これは図示していない。

*9 周波数が高いとファラデーの法則における時間微分 d/dt の効果が大きくなり、発生する渦電流も大きくなる。

一例として、半径 $a = 7 \mu\text{m}$ 、導電率 $\sigma = 3.55 \times 10^7 \text{ S/m}$ のアルミ線に電流 $I = 1 \text{ A}$ を流したときの表皮効果の計算結果を図 1.6 に示す。また、図 1.7 は図 1.6 の電流密度 J_z [A/m^2] を最大値で正規化したものである*¹⁰。この結果より、5 GHz を超えると導体中心部にはほとんど電流が流れないことが分かる。

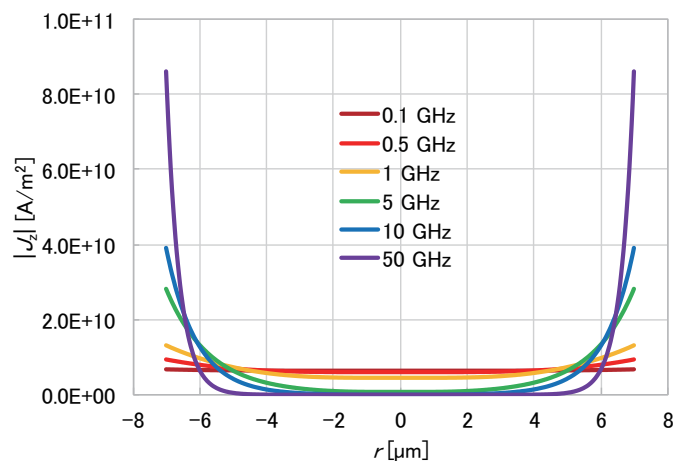


図 1.6 表皮効果の計算例

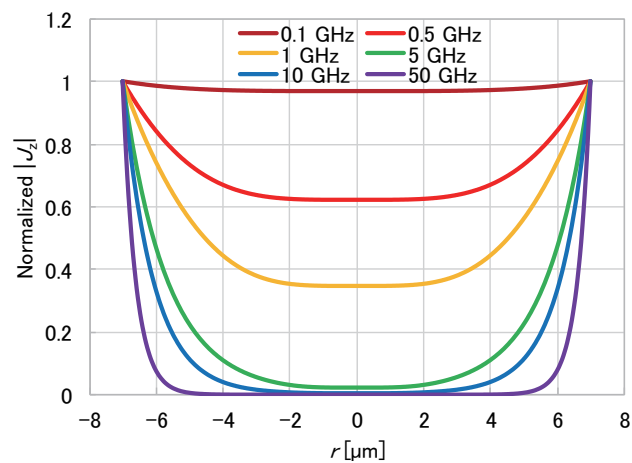


図 1.7 表皮効果の計算例（最大値で正規化）

*¹⁰ 詳しい計算方法は、砂川重信，理論電磁気学 第3版，pp.181-184，紀伊国屋書店，1999. にある。