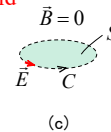


# 渦電流と表皮効果

1st. 2011/04/01  
Lst. 2022/11/27

# 渦電流とは？

Electrostatic field



(c)

## 保存場の性質

Conservative field

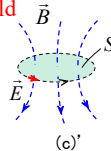
$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

閉路Cに沿って電界を一周積分するとゼロになる。(=する仕事とされる仕事等しい。)



## 変動する磁場への拡張

Electromagnetic field



(c)'

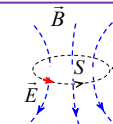
## ファラデーの法則

Faraday's law

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

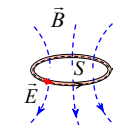
閉路Cに沿って電界を一周積分すると、閉路内部に含まれる磁束の時間変化に等しい。

(電氣的な仕事が磁氣的な仕事に変換されている)



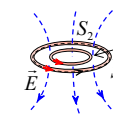
## ただの空間

ファラデーの法則によって誘導電界が空間全体に発生する。



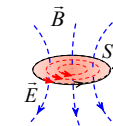
## 導体ループ

ファラデーの法則によって生じた誘導電界の向きに沿って伝導電流が流れる。



## 複数の導体ループ

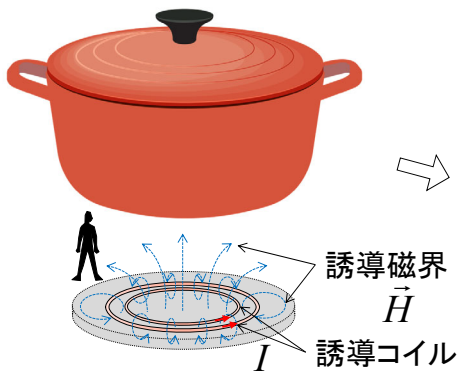
ループの数を増やすと内側のループにも同じ方向に伝導電流が流れる。



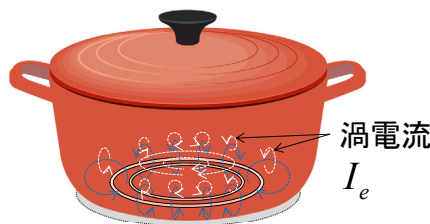
## 導体板

ループの数を極限まで増やすと、同心円状に電流が流れる。これを渦電流と呼ぶ。

# 渦電流の応用例 (誘導加熱)



鍋を置くと誘導磁界 H は、透磁率  $\mu$  の大きい鍋の導体内部に入り込む。次に、磁界を打ち消すように渦電流が発生する。

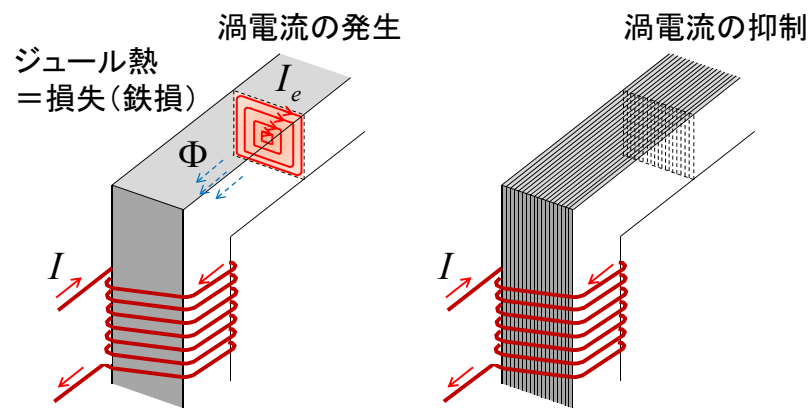


渦電流の周囲にはアンペアの法則より磁界を生じ、その磁界を打ち消すためにまた電流が流れる...というように電流が減衰して小さくなるまで無限に繰り返す。

磁力線は鍋以外の空間にも漏れて人体を貫く。このため、人体防護の観点からガイドラインが決められている。



# トランスの鉄心



発熱を積極的に利用して芯材金属を自由に加工する方法もある

層間を絶縁した積層鉄心構造にすれば、ループ面積を小さくできるため、渦電流の発生を大幅に抑えることができる。

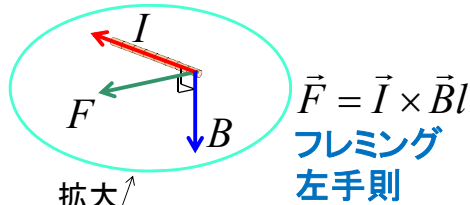
# アラゴの円板

## 【応用例】

- ・電力量計  
アナログ式  
誘導型



アルミ円板の上で磁石をまわすと、その方向に円板も回転を始める



拡大

磁束の変化を打ち消す方向に発生する同心円状の電流

## アルミ円板

放射状に切り込み(スリット)を入れると渦電流を防ぐことができる。

渦電流

川村, 基礎物理学(下), p.110, ソフトバンククリエイティブ, 2011

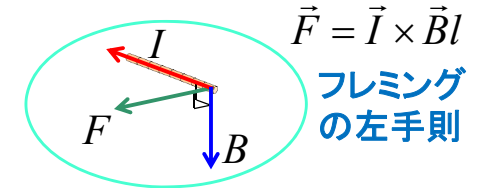
望月, 基本からわかる電気の極意, p.55, 技術評論社, 2000

# 電磁ブレーキ

## 【応用例】

- ・ジェットコースター
- ・電車
- ・自動車

電気代はかかるが、機械的な摩擦と摩擦がない



拡大

磁束の変化を打ち消す方向に発生する同心円状の電流

## アルミ円板

回転を止める方向に制動力 F が働く

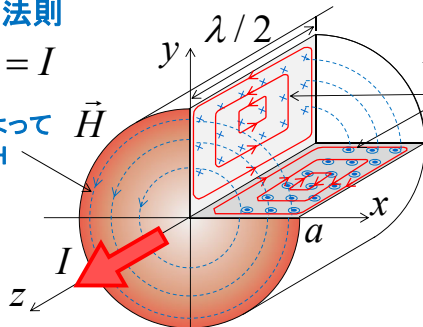
渦電流

# 表皮効果

## ① アンペアの法則

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

伝導電流 I によって発生した磁界 H



## ② ファラデーの法則

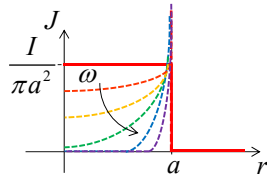
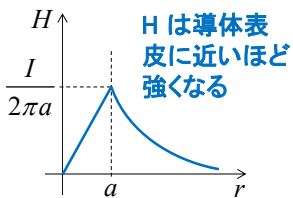
磁界 H を打ち消すように発生した渦電流 I\_e

$$e = -\frac{d\phi}{dt}$$

## ③ 合成電流

$$I_T = I + I_e$$

中心は互いに打ち消し合い、外側で強め合うため全電流は導体表皮に集中して流れるようになる。周波数が高いほどこの影響は強い。

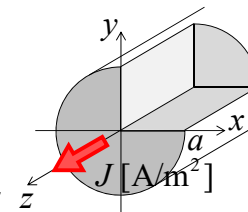


馬場, 電源回路設計 成功のかぎ, pp.311-313, CQ出版, 2009

# 表皮効果の計算例

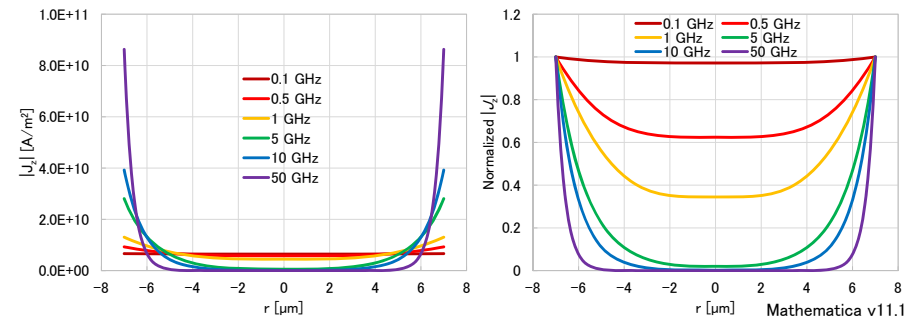
$$\begin{cases} E_z = \frac{kI}{2\pi a \sigma} \frac{J_0(kr)}{J_1(ka)} \\ J_z = \frac{kI}{2\pi a} \frac{J_0(kr)}{J_1(ka)} \end{cases}$$

ただし,  $k^2 = -j\omega\mu\sigma$



## 【計算条件】

- アルミ線  $a = 7 \mu\text{m}$
- 導電率  $\sigma = 3.55 \times 10^7 \text{ S/m}$
- 電流  $I = 1 \text{ A}$
- ※日本人の髪の毛の平均太さが  $80 \mu\text{m}$  程度



益一哉, "IoT/IoE 時代の集積回路設計に必要な電気磁気学," MWE2015, TH3A-1  
砂川重信, 理論電磁気学 第3版, pp.181-184, 紀伊国屋書店, 1999.

【演習】Excelでn次ベッセル関数をプロットせよ。

# 表皮効果の計算例

【例題】 導体表面の磁界が  $H_0$  [A/m] であるとき、導体中の磁界  $H$  [A/m] は、表皮効果によって指数関数的に減少する。減少する割合が  $1/e$  になる距離を表皮の厚さといい、 $\delta_s = \sqrt{2/(\omega\mu\sigma)}$  で与えられる。ただし、 $\omega$  は高周波磁界の角周波数であり、 $\mu$ ,  $\sigma$  はそれぞれ導体の透磁率、導電率である。一例として、高周波磁界の周波数が 1 MHz のとき、導体板が銅の場合と銀の場合の表皮の厚さを求めよ。  
(演習書 基礎8.8)

導体の表皮厚みは

銅の導電率  $\sigma = 5.813 \times 10^7 = 1/\rho$   
銀の導電率  $\sigma = 6.173 \times 10^7 = 1/\rho$

波長 300 m に対して、  
6 mm 程度 (0.002%) は  
導体内部まで電磁界  
は浸透している。

$$\delta_s = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \text{ [m]}$$

$$\delta_{s_{Cu}} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{2}{2\pi(10^6)(4\pi \times 10^{-7})(5.813 \times 10^7)}} = \sqrt{\frac{2(1.72 \times 10^{-8})}{2\pi(10^6)(4\pi \times 10^{-7})}}$$

$$= 6.601 \times 10^{-5} = 6.6 \text{ mm}$$

$$\delta_{s_{Ag}} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{2}{2\pi(10^6)(4\pi \times 10^{-7})(6.173 \times 10^7)}} = \sqrt{\frac{2(1.62 \times 10^{-8})}{2\pi(10^6)(4\pi \times 10^{-7})}}$$

$$= 6.406 \times 10^{-5} = 6.4 \text{ mm}$$

表皮厚み  $\delta$  の導出 → [https://www.kusamablab.org/lecture/rflw/A6\\_lossy\\_material.pdf](https://www.kusamablab.org/lecture/rflw/A6_lossy_material.pdf)

# 表皮効果の計算例

【例題】 内半径  $a$  [m]、外半径  $b$  [m] の同軸線路において、表皮効果を考慮した場合の単位長さ当たりの抵抗  $R$  [ $\Omega/m$ ] が式(1)で与えられることを示せ。ただし、表皮厚みは  $\delta_s = \sqrt{2/(\omega\mu\sigma)}$  [m] とする。(岡田, マイクロ波工学, p.140)

導体の表皮厚み※を

$$\delta_s = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \text{ [m]}$$

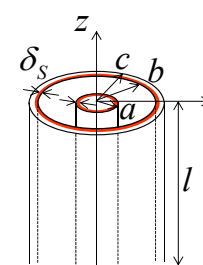
とすると、内導体と外導体の抵抗は

$$R_{in} = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{2\pi a \delta_s} \text{ [\Omega]}$$

$$R_{out} = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{2\pi b \delta_s} \text{ [\Omega]}$$

長さ  $l$  [m] あたりの抵抗は

$$R = R_{in} + R_{out} = \frac{l}{2\pi\sigma\delta_s} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \text{ [\Omega]}$$



ここで、表面抵抗を

$$R_s = \frac{1}{\sigma\delta_s} \text{ [\Omega]}$$

と定義すると

$$R = \frac{R_s l}{2\pi} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \text{ [\Omega]}$$

単位長さあたりでは

$$R = \frac{R_s}{2\pi} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \text{ [\Omega/m]} \quad (1)$$

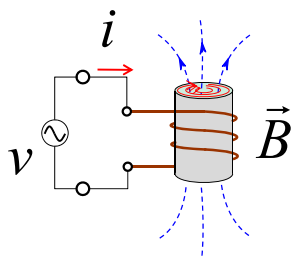
即ち、実質的な抵抗は表皮厚み  $\delta_s$  が小さいほど増加することを示している。  
(抵抗が周波数に依存する)

※周波数が高くなると導体表面にのみ電流が集中して流れるため、実効的な導体断面積が狭くなって実質的な抵抗が大きくなる。即ち、 $\delta_s < a$ ,  $\delta_s < (b-a)$  となる。

# 誘導加熱と誘電加熱

## 誘導加熱(IH)

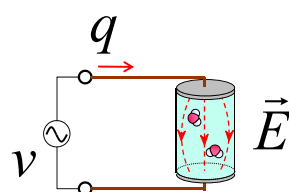
### Inductive Heating



ファラデーの法則で発生した変動磁場による渦電流損(ジュール損)を利用して導体を加熱する方法

## 誘電加熱(DH)

### Dielectric Heating

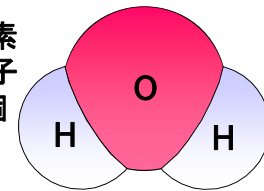


ガウスの法則で発生した変動電場による分極電荷の誘電損を利用して絶縁体を加熱する方法

# 配向分極と誘電加熱

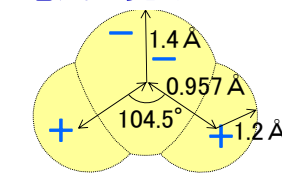
## 【誘電加熱】 酸素原子1個

水素原子2個



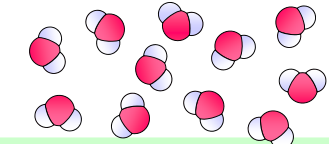
H<sub>2</sub>O 水分子1個(共有結合)

## 電気で見ると...



水素側は+, 酸素側は-に帯電している。

電気がないときはランダムな方向を向いている。



外から電気が加わると方向が揃う



誘電加熱と呼ぶ。