

図 1.2 キャパシタンスの定義

となる。式 (1.4) において、 $I=1$ A とすれば $V = R$ となるから、レジスタンス R とは、**単位電流 1 A を流したときの降下電圧 [V]** と言える。 R の単位系は式 (1.4) より $[V/I]$ となるが、SI 単位系では固有名称のオーム $[\Omega]$ と表記する*4。

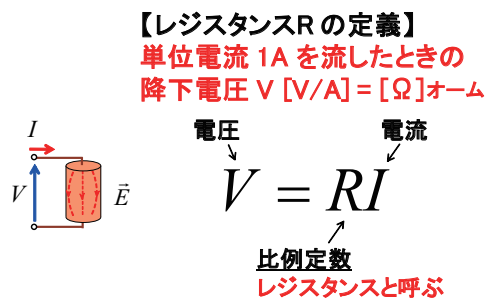


図 1.3 レジスタンスの定義

1.1.2 相互インダクタンス

図 1.4 左に示すように、巻数 N_1 の 1 次コイルのみに電流 I_1 を流したとき、 Φ_1 から漏れた磁束の一部を Φ_{21} とおけば、巻数 N_2 の 2 次コイルにおける磁束鎖交数 φ_{21} は、

$$\varphi_{21} = N_2 \Phi_{21} \quad (1.5)$$

となる。この磁束鎖交数 φ_{21} は 1 次コイルに流した電流 I_1 に比例するので、その比例定数を M とおけば、

$$\varphi_{21} = MI_1 \quad (1.6)$$

と書ける。式 (1.6) において、 $I_1=1$ A とすれば $\varphi_{21} = M$ となるから、相互インダクタンス M とは、**1 次コイルに単位電流 1 A を流したときの 2 次コイルの磁束鎖交数***5 と言える。なお、ファラデーの法則から、2 次コイルに生じる逆起電力は次式となる。

$$e_2 = -\frac{d\varphi_{21}}{dt} = -M \frac{dI_1}{dt} \quad (1.7)$$

*4 独：物理学者、Georg Simon Ohm, 1789-1854 (65) の頭文字

*5 相互インダクタンス M 単位系は、自己インダクタンス L と同じで $[Wb/A]=[H]$ である。

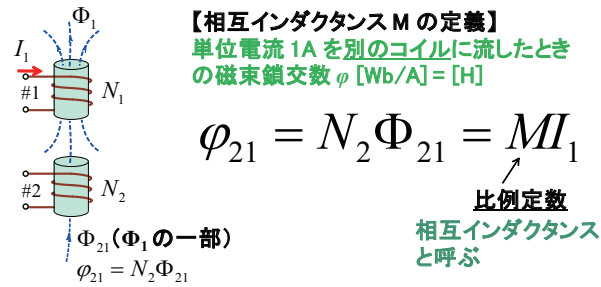


図 1.4 相互インダクタンスの定義 1

同様に、今度は図 1.5 左に示すように、2 次コイルのみに電流 I_2 を流したとき、 Φ_2 から漏れた磁束の一部を Φ_{12} をとおけば、巻数 N_1 の 1 次コイルにおける磁束鎖交数 φ_{12} は、

$$\varphi_{12} = N_1 \Phi_{12} \quad (1.8)$$

となる。この磁束鎖交数 φ_{12} は 2 次コイルに流した電流 I_2 に比例するので、その比例定数を M とおけば、

$$\varphi_{12} = MI_2 \quad (1.9)$$

と書ける。式 (1.9) において、 $I_2=1$ A とすれば $\varphi_{12} = M$ となるから、相互インダクタンス M とは、2 次コイルに単位電流 1 A を流したときの 1 次コイルの磁束鎖交数と言える。なお、ファラデーの法則から、1 次コイルに生じる逆起電力は次式となる。

$$e_1 = -\frac{d\varphi_{12}}{dt} = -M \frac{dI_2}{dt} \quad (1.10)$$

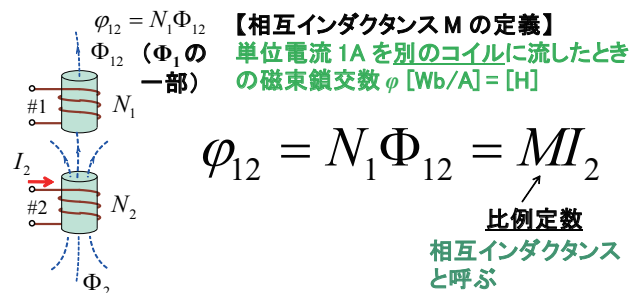


図 1.5 相互インダクタンスの定義 2

2 つのコイルの相対位置関係が変わらない限り、式 (1.6) と式 (1.9) の相互インダクタンス M の値は同一である*⁶。また、式 (1.7) と式 (1.10) の逆起電力 e の大きさと方向については、ファラデーの法則より図 1.6 のようにまとめることができる。即ち、電流 I が流れたことによって発生した磁束 Φ を打ち消すような起電力 e が、図 1.6 中央上に示すようにコイル導線に発生し*⁷、これを寄せ集めた結果が全体の逆起電力 e_{total} になっている。

*⁶ 所で、相互キャパシタンス（電界結合または電界のリンク）も実際には存在するが、これは電磁気 I の多導体系で扱う内容である。電界は金属板で容易に遮蔽できるので静電気では実用上あまり問題とならないが、磁界結合は容易には遮蔽できないため、常に結合が問題になる。磁界結合を積極的に利用しているものにトランスがある。

*⁷ もしも、コイルの両端に抵抗を接続すれば、もとの電流 I を打ち消すような電流が流れる。

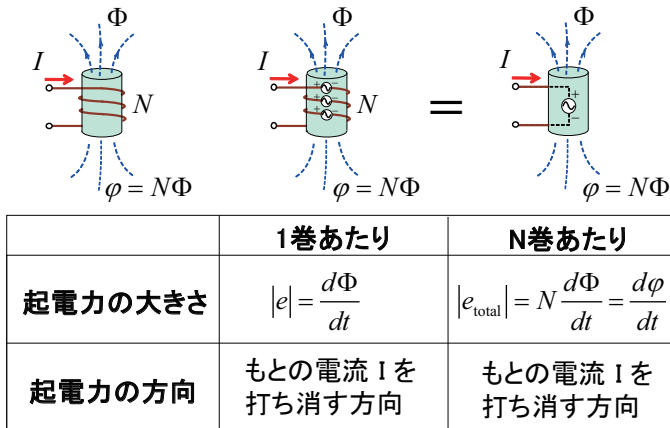


図 1.6 逆起電力の大きさと方向

1.1.3 自己インダクタンスと相互インダクタンスの関係

式 (1.1) と式 (1.2) をまとめると、次式となる。

$$\varphi_1 = N_1 \Phi_1 = L_1 I_1 \tag{1.11}$$

$$\varphi_2 = N_2 \Phi_2 = L_2 I_2 \tag{1.12}$$

同様に、式 (1.5) と式 (1.6) および、式 (1.8) と式 (1.9) をまとめると、次のようになる。

$$\varphi_{21} = N_2 \Phi_{21} = M I_1 \tag{1.13}$$

$$\varphi_{12} = N_1 \Phi_{12} = M I_2 \tag{1.14}$$

また、コイルの結合係数を k ($0 \leq k \leq 1$) とおけば、次の関係が成り立つ。

$$\Phi_{21} = k \Phi_1 \tag{1.15}$$

$$\Phi_{12} = k \Phi_2 \tag{1.16}$$

ここで、式 (1.11) を L_1 について求めると、

$$L_1 = \frac{N_1 \Phi_1}{I_1} \tag{1.17}$$

となる。同様に、式 (1.12) を L_2 について求めると、

$$L_2 = \frac{N_2 \Phi_2}{I_2} \tag{1.18}$$

となる。さらに、式 (1.13) と式 (1.15) より、

$$M = \frac{N_2 (k \Phi_1)}{I_1} \tag{1.19}$$

となる。また、式 (1.14) と式 (1.16) より、

$$M = \frac{N_1 (k \Phi_2)}{I_2} \tag{1.20}$$

となる。ここで、 $(1.17) \times (1.18) \times k^2 = (1.19) \times (1.20)$ の関係があることに着目すると、

$$L_1 L_2 k^2 = \frac{N_1 \Phi_1}{I_1} \frac{N_2 \Phi_2}{I_2} k^2 = M^2 \quad (1.21)$$

であるから、これを M について求めると

$$M = k \sqrt{L_1 L_2} \quad (1.22)$$

が得られる。即ち、自己インダクタンス L_1 、自己インダクタンス L_2 、両者の結合係数 k が分かっているならば、相互インダクタンス M は式 (1.22) から求めることもできる*8。

1.2 インダクタンスの接続

1.2.1 結合のないコイルの直列接続

図 1.7 のように、コイル 1 とコイル 2 を直列接続した場合、逆起電力は次式となる*9。

$$v = e_1 + e_2 = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} = (L_1 + L_2) \frac{di}{dt} \quad (1.23)$$

一方、このときの合成インダクタンス L は、

$$v = L \frac{di}{dt} \quad (1.24)$$

であるから、式 (1.23) と式 (1.24) より、

$$L_{AB} = L_1 + L_2 \quad (1.25)$$

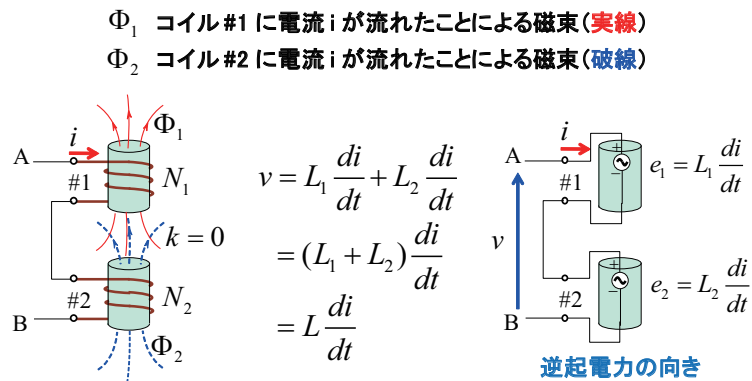


図 1.7 直列接続 ($M = 0$ のとき)

1.2.2 結合のないコイルの並列接続

図 1.8 のように、コイル 1 とコイル 2 を並列接続した場合、逆起電力は次式となる*10。

$$v = L_1 \frac{di}{dt} = L_2 \frac{di}{dt} \quad (1.26)$$

*8 この公式 $M = k \sqrt{L_1 L_2}$ は、導出が面倒な割に電磁気学の問題ではあまり使われることがない。相互インダクタンス M を求める具体的かつ実用的な問題は、インダクタンスの導出の章で再び現れる。

*9 直列接続において、2つのコイル間に結合がある場合は次節で述べる。

*10 並列接続において、2つのコイル間に結合がある場合は次節で述べる。

ここで、電流 $i = i_1 + i_2$ を t で微分して、式 (1.26) の関係を使うと、

$$\frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} = \frac{v}{L_1} + \frac{v}{L_2} = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) v \quad (1.27)$$

これを v について求めると、

$$v = \frac{1}{\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right)} \frac{di}{dt} = L \frac{di}{dt} \quad (1.28)$$

従って、合成インダクタンスは次式となる。

$$L_{AB} = \frac{1}{\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right)} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \quad (1.29)$$

Φ_1 コイル #1 に電流 i が流れたことによる磁束(実線)
 Φ_2 コイル #2 に電流 i が流れたことによる磁束(破線)

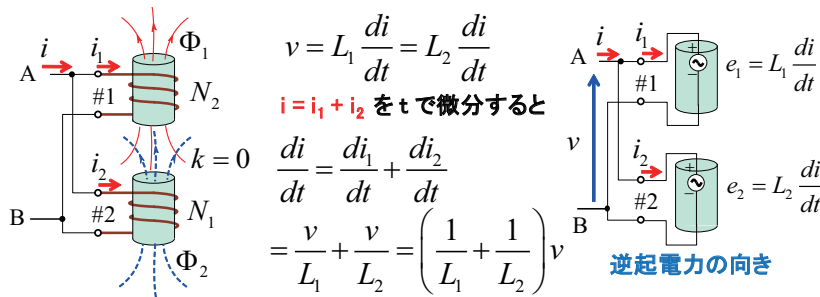


図 1.8 並列接続 ($M = 0$ のとき)

1.2.3 有結合コイルの直列接続

図 1.9 に示すように、結合のあるコイル 1 とコイル 2 を直列に接続した場合、逆起電力は次式 (1.30) となる^{*11}。ここで、中央第 1 項の $L_1 \frac{di}{dt}$ は Φ_1 を妨げる向き、第 2 項の $M \frac{di}{dt}$ は Φ_{12} を妨げる向き、第 3 項の $L_2 \frac{di}{dt}$ は Φ_2 を妨げる向き、第 4 項の $M \frac{di}{dt}$ は Φ_{21} を妨げる向きに発生する逆起電力である。これを図示すると図 1.9 右になる。

$$v = L_1 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} = (L_1 + L_2 + 2M) \frac{di}{dt} \quad (1.30)$$

従って、合成インダクタンスは次式となる。

$$L_{AB} = L_1 + L_2 + 2M \quad (1.31)$$

同様に、図 1.10 に示すように、結合のあるコイル 1 とコイル 2 を直列に接続した場合、逆起電力は次式となる^{*12}。ここで、中央第 1 項の $L_1 \frac{di}{dt}$ は Φ_1 を妨げる向き、第 2 項の $-M \frac{di}{dt}$ は Φ_{12} を妨げる向き、第 3 項の $L_2 \frac{di}{dt}$ は Φ_2 を妨げる向き、第 4 項の $-M \frac{di}{dt}$ は Φ_{21} を妨げる向きに発生する逆起電力である。これを図示すると図 1.10 右となる。

$$v = L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} = (L_1 + L_2 - 2M) \frac{di}{dt} \quad (1.32)$$

^{*11} このケースは、漏れ磁束 Φ_{12} と Φ_{21} が、もとの磁束 Φ_1 および Φ_2 と強め合う場合である。

^{*12} このケースは、漏れ磁束 Φ_{12} と Φ_{21} が、もとの磁束 Φ_1 および Φ_2 と打ち消し合う場合である。

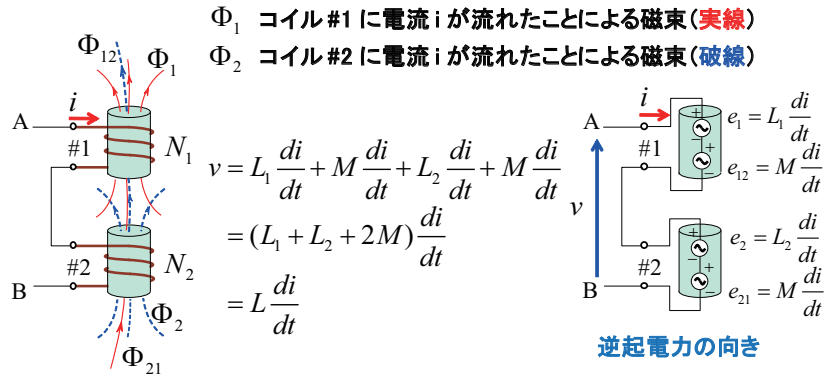


図 1.9 直列接続 ($M \neq 0$) で、漏れ磁束が本来の磁束と強め合うとき

従って、合成インダクタンスは次式となる。

$$L_{AB} = L_1 + L_2 - 2M \tag{1.33}$$

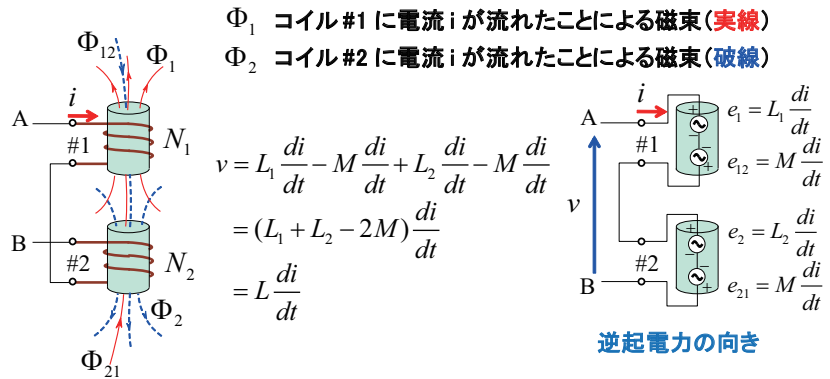


図 1.10 直列接続 ($M \neq 0$) で、漏れ磁束が本来の磁束と打ち消し合うとき

1.2.4 有結合コイルの並列接続

図 1.11 左上に示すように、結合のあるコイル 1 とコイル 2 を並列に接続した場合、コイル 1 とコイル 2 の共通の逆起電力は次式となる^{*13}。

$$v = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \tag{1.34}$$

$$v = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \tag{1.35}$$

ここで、図 1.11 下に示すような式変形をする。即ち、式 (1.34) と式 (1.35) の右辺に、 $M \frac{di_1}{dt}$ および、 $M \frac{di_2}{dt}$ を足し引きする。

$$v = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = (L_1 - M) \frac{di_1}{dt} + M \left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} \right) \tag{1.36}$$

^{*13} このケースは、漏れ磁束 Φ_{12} と Φ_{21} が、もとの磁束 Φ_1 および Φ_2 と強め合う場合である。

$$v = M \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_2}{dt} = M \left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} \right) + (L_2 - M) \frac{di_2}{dt} \quad (1.37)$$

この式変形によって図 1.11 右上の T 型等価回路が得られる。この合成インダクタンスは、 $L_1 - M$ と $L_2 - M$ の並列回路に M が直列接続されているので、次式となる。

$$L_{AB} = \frac{(L_1 - M)(L_2 - M)}{(L_1 - M) + (L_2 - M)} + M = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M} \quad (1.38)$$

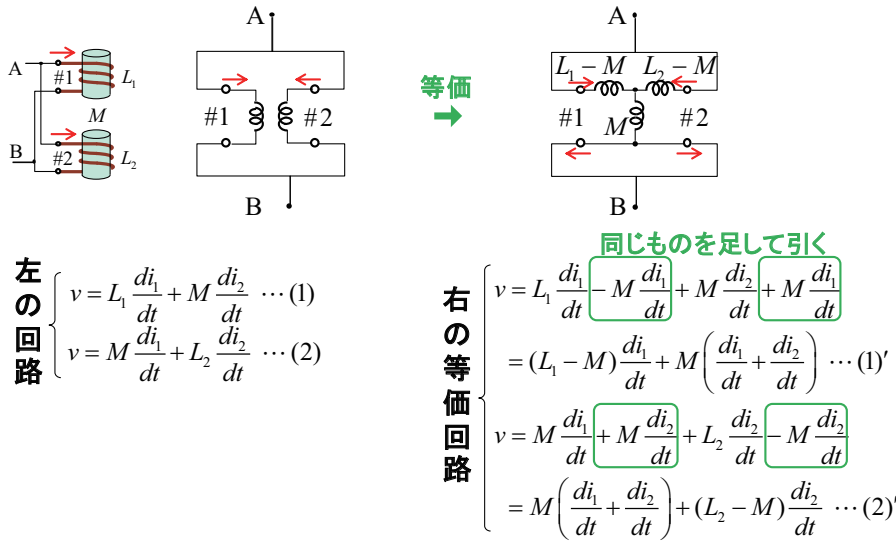


図 1.11 並列接続 ($M \neq 0$) で、漏れ磁束が本来の磁束と強め合うとき

一方、図 1.12 左上に示すように、結合のあるコイル 1 とコイル 2 を並列に接続した場合、コイル 1 とコイル 2 の共通の逆起電力は次式となる^{*14}。

$$v = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \quad (1.39)$$

$$v = -M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \quad (1.40)$$

ここで、図 1.12 下に示すような式変形をする。即ち、式 (1.39) と式 (1.40) の右辺に、 $M \frac{di_1}{dt}$ および、 $M \frac{di_2}{dt}$ を足し引きする。

$$v = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} = (L_1 + M) \frac{di_1}{dt} - M \left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} \right) \quad (1.41)$$

$$v = -M \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = -M \left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} \right) + (L_2 + M) \frac{di_2}{dt} \quad (1.42)$$

この式変形によって図 1.12 右上の T 型等価回路が得られる。この合成インダクタンスは、 $L_1 + M$ と $L_2 + M$ の並列回路に $-M$ が直列接続されているので、次式となる。

$$L_{AB} = \frac{(L_1 + M)(L_2 + M)}{(L_1 + M) + (L_2 + M)} - M = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M} \quad (1.43)$$

以上、インダクタンスの接続について、直列接続 ($M = 0$)、並列接続 ($M = 0$)、直列接続 ($M \neq 0$)、並列接続 ($M \neq 0$) の 4 つのケースの合成インダクタンスについて整理すると表 1.1 となる。

^{*14} このケースは、漏れ磁束 Φ_{12} と Φ_{21} が、もとの磁束 Φ_1 および Φ_2 と打ち消し合う場合である。

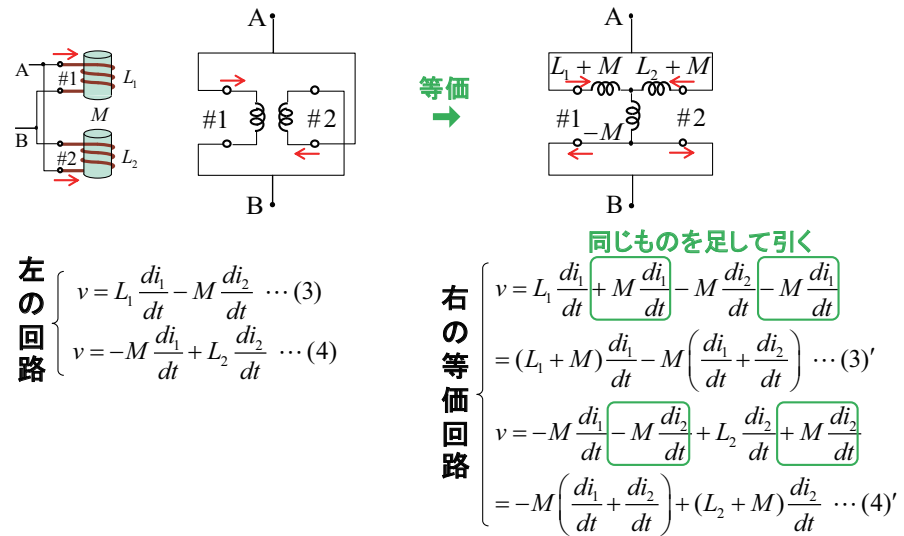


図 1.12 並列接続 ($M \neq 0$) で、漏れ磁束が本来の磁束と打ち消し合うとき

表 1.1 インダクタンス接続のまとめ

	強め合い+	打ち消し合い-
直列接続	$L_S^+ = L_1 + L_2 + 2M$	$L_S^- = L_1 + L_2 - 2M$
(M=0のとき)	$L_S = L_1 + L_2$	$L_S = L_1 + L_2$
並列接続	$L_P^+ = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$	$L_P^- = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$
(M=0のとき)	$L_P = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$	$L_P = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$

1.3 その他のインダクタンス

良く知られた受動回路素子としてのコイルやトランスのほかに、EMC 対策^{*15}では、空間への不要電磁波放射やケーブルへの不要伝導ノイズ対策として、コモンモードチョークコイル、フェライトコア、フェライトビーズなどが良く使われている。



v1.6, Nov.2019

^{*15} Electromagnetic Compatibility の略で、日本語では環境電磁工学や電磁的両立性とも呼ぶ。IEC（国際電気標準会議）の定義では、「許容できないような電磁妨害波を如何なるものに対しても与えず、かつその電磁環境において満足に機能するための、機器・装置またはシステム的能力」とされている。要は、「各種の機器・システムが、電磁的に仲良く、ともに生きる」という意味であり、人間で言えば立場の異なる相手との共存を意味している。