変位電流 (演習問題)

v3.6 Dec.2020　　番号:______________　氏名:______________

1. 比誘電率 ε_r で満たされた半径 a [m]，厚み d [m] の平行円板コンデンサがある．コンデンサに加えられる交流電圧が $v = V_m \sin\omega t$ [V] であるとき，(1) コンデンサ電極の電荷 q を求めよ．(2) コンデンサ内の電束密度 D をガウスの法則から求めよ．[*1]

2. ♣ 面積 S [m^2] の平行平板コンデンサがある．コンデンサ電極上の電荷が $Q = Q_0 \sin\omega t$ [C] が一様に分布するとして，コンデンサ内の変位電流を求めよ．(教科書，例題 10.1) [*2]

3. ♣ 面積 S [m^2] の平行平板コンデンサがある。円板上の電荷 $Q = Q_0 \sin\omega t$ [C] が極板上に一様に分布するとして，コンデンサ内の磁界を求めよ。(教科書，例題 10.2) [*3]

4. ♢ 誘電率 ε，導電率 σ の媒質中で伝導電流と変位電流が等しくなる周波数を求めよ．また，任意の角周波数における損失角 $\tan\delta$ を求めよ．(教科書，演習 10.2) [*4]

5. ♢ 点電荷 Q [C] が真空中を z 軸に沿って v [m/s] の等速度で運動するとき，任意の位置に生じる変位電流の大きさを求めよ．(教科書，演習 10.3) [*5]

6. ♠ 変位電流 $J_d = \partial D/\partial t$ [A/m^2] と伝導電流 $J = \sigma E$ [A/m^2] の大きさの比は，$J_d/J = \omega\varepsilon/\sigma$ で与えられる。銅の場合の比率 J_d/J を求めよ。ただし，$\varepsilon_r = 10$ とせよ。[*6]

7. ♠ 半径 r の 2 枚の導体円板が距離 h 離れて配置されている。この円板に $E_1 = E_0 e^{j\omega t}$ の電界が加えられたとき，円板内部の合成電界を求めよ。(ファインマン物理学「電磁波と物性」，pp.24-28，堤，電磁波工学ノート，pp.97-100) [*7]

8. 電流の種類を 4 つ挙げて説明せよ．[*8]

9. オームの法則 $I = V/R$ から $\vec{J} = \sigma\vec{E}$ を導出せよ。ただし，断面積 S，長さ l，抵抗率 ρ の抵抗体で成立する次の関係を使用してよい。[*9]
$R = \rho\dfrac{l}{S}, E = \dfrac{V}{l}, J = \dfrac{I}{S}$

10. 真空中のアンペアの法則，磁性体を含むアンペアの法則，アンペア-マクスウェルの法則（拡張アンペアの法則）の違いについて，数式を用いて説明せよ．[*10]

11. 次の物理量の名称と単位を答えよ。[*11]
$V, I, P, W, R, G, C, L, Z, Y, X, B,$　(電気回路：直流，低周波)
$Q, \vec{E}, \vec{D}, \vec{P}, \varepsilon, \varepsilon_0, \varepsilon_r, \rho, \sigma, \lambda$　(電磁気 I：静電気)
$\vec{B}, \vec{H}, \vec{M}, \vec{J}, \varphi, \Phi, \mu, \mu_0, \mu_r,$　(電磁気 II：静磁気)
$\omega, f, c, n, \lambda, \vec{S}, \alpha, \beta, \gamma, k, Z_0, Z_w, \Gamma, \theta$　(電磁波：高周波)

★ 公式集

変位電流

$$\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial\vec{P}}{\partial t}\ \ [\mathrm{A/m^2}] \tag{1}$$

分極電流

$$\frac{\partial\vec{P}}{\partial t} = \varepsilon_0\chi_e\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\ \ [\mathrm{A/m^2}] \tag{2}$$

伝導電流

$$\vec{J} = \sigma\vec{E}\ \ [\mathrm{A/m^2}] \tag{3}$$

$$I = \frac{dQ}{dt}\ \ [\mathrm{A}] \tag{4}$$

[*1] **答え**：(1) $\varepsilon_r\varepsilon_0\frac{\pi a^2}{d}V_m\sin\omega t$, (2) $\frac{\varepsilon_r\varepsilon_0}{d}V_m\sin\omega t$

[*2] **答え**：$\frac{\omega Q_0}{S}\cos\omega t$ [A/m^2]

[*3] **答え**：$\frac{\omega Q_0 r}{2S}\cos\omega t$ [A/m]

[*4] **答え**：$f = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon}$ [Hz], $\tan\delta = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$

[*5] **答え**：$J_d = \frac{Qv\{\rho^2+4(z-vt)^2\}^{\frac{1}{2}}}{4\pi\{\rho^2+(z-vt)^2\}^2}$ [A/m^2], where $\rho^2 = x^2 + y^2$

[*6] **答え**：$10^{-18}\omega$

[*7] **答え**：$E = E_0 e^{j\omega t} J_0(\frac{\omega r}{c})$, ただし，$J_0(x)$ は零次のベッセル関数であり，$J_0(x) = 1 - (\frac{x}{2})^2 + \frac{1}{2^2}(\frac{x}{2})^4 - \frac{1}{3^2}(\frac{x}{2})^6 + \cdots$ で与えられる．

[*8] **答え**：伝導電流，分極電流，磁化電流，変位電流，それぞれの説明は略

[*9] **答え**：$I = \frac{V}{R} = \frac{El}{\rho\frac{l}{S}} = \frac{ES}{\rho}, \rightarrow \frac{I}{S} = \frac{E}{\rho}, \rightarrow J = \sigma E$

[*10] **答え**：$\oint_C \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 I$, 磁化電流を考慮すると $\rightarrow \oint_C \vec{H} \bullet d\vec{l} = I$, 変位電流も考慮すると $\rightarrow \oint_C \vec{H} \bullet d\vec{l} = I + \int_S \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \bullet d\vec{s}$

[*11] **答え**：電圧 [V], 電流 [A], 電力 [W], 仕事 [J], 抵抗 [Ω], コンダクタンス [S], キャパシタンス [F], インダクタンス [H], インピーダンス [Ω], アドミタンス [S], リアクタンス [Ω], サセプタンス [S],
電荷 [C], 電界 [V/m]=[N/C], 電束密度 [C/m^2], 分極 [C/m^2], 誘電率 [F/m], 真空の誘電率 [F/m], 比誘電率 [無次元], 電荷密度 [C/m^3], 面電荷密度 [C/m^2], 線電荷密度 [C/m],
磁束密度 [T], 磁界 [A/m], 磁化 [A/m], 電流密度 [A/m^2], 磁束鎖交数 [Wb], 磁束 [Wb], 透磁率 [H/m], 真空の透磁率 [H/m], 比透磁率 [無次元],
角周波数 [rad/s]，周波数 [Hz]，光速 [m/s]，波長 [m]，ポインティングベクトル [W/m^2]，減衰定数 [Np/m]，位相定数 [rad/m]，伝搬定数 [Np/m]+[rad/m], 波数 [rad/m]，特性インピーダンス [Ω], 波動インピーダンス [Ω]，反射係数 [無]，電気長または位相 [rad]