

# 変位電流 (演習問題)

v3.6 Dec.2020

凡例: ♣◇教科書 ♡演習書 ♠他文献

番号: \_\_\_\_\_ 氏名: \_\_\_\_\_

1. 比誘電率  $\epsilon_r$  で満たされた半径  $a$  [m], 厚み  $d$  [m] の平行平板コンデンサがある. コンデンサに加えられる交流電圧が  $v = V_m \sin \omega t$  [V] であるとき, (1) コンデンサ電極の電荷  $q$  を求めよ. (2) コンデンサ内の電束密度  $D$  をガウスの法則から求めよ.\*<sup>1</sup>
2. ♣ 面積  $S$  [m<sup>2</sup>] の平行平板コンデンサがある. コンデンサ電極上の電荷が  $Q = Q_0 \sin \omega t$  [C] が一様に分布するとして, コンデンサ内の変位電流を求めよ. (教科書, 例題 10.1) \*<sup>2</sup>
3. ♣ 面積  $S$  [m<sup>2</sup>] の平行平板コンデンサがある. 円板上の電荷  $Q = Q_0 \sin \omega t$  [C] が極板上に一様に分布するとして, コンデンサ内の磁界を求めよ. (教科書, 例題 10.2) \*<sup>3</sup>
4. ◇ 誘電率  $\epsilon$ , 導電率  $\sigma$  の媒質中で伝導電流と変位電流が等しくなる周波数を求めよ. また, 任意の角周波数における損失角  $\tan \delta$  を求めよ. (教科書, 演習 10.2) \*<sup>4</sup>
5. ◇ 点電荷  $Q$  [C] が真空中を  $z$  軸に沿って  $v$  [m/s] の等速度で運動するとき, 任意の位置に生じる変位電流の大きさを求めよ. (教科書, 演習 10.3) \*<sup>5</sup>
6. ♠ 変位電流  $J_d = \partial D / \partial t$  [A/m<sup>2</sup>] と伝導電流  $J = \sigma E$  [A/m<sup>2</sup>] の大きさの比は,  $J_d / J = \omega \epsilon / \sigma$  で与えられる. 銅の場合の比率  $J_d / J$  を求めよ. ただし,  $\epsilon_r = 10$  とせよ.\*<sup>6</sup>
7. ♠ 半径  $r$  の 2 枚の導体円板が距離  $h$  離れて配置されている. この円板に  $E_1 = E_0 e^{j\omega t}$  の電界が加えられたとき, 円板内部の合成電界を求めよ. (フラインマン物理学「電磁波と物性」, pp.24-28, 堤, 電磁波工学ノート, pp.97-100) \*<sup>7</sup>

8. 電流の種類を 4 つ挙げて説明せよ.\*<sup>8</sup>
9. オームの法則  $I = V/R$  から  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$  を導出せよ. ただし, 断面積  $S$ , 長さ  $l$ , 抵抗率  $\rho$  の抵抗体で成立する次の関係を使用してよい.\*<sup>9</sup>  
 $R = \rho \frac{l}{S}, E = \frac{V}{l}, J = \frac{I}{S}$
10. 真空中のアンペアの法則, 磁性体を含むアンペアの法則, アンペア-マクスウェルの法則 (拡張アンペアの法則) の違いについて, 数式を用いて説明せよ.\*<sup>10</sup>
11. 次の物理量の名称と単位を答えよ.\*<sup>11</sup>  
 $V, I, P, W, R, G, C, L, Z, Y, X, B,$  (電気回路: 直流, 低周波)  
 $Q, \vec{E}, \vec{D}, \vec{P}, \epsilon, \epsilon_0, \epsilon_r, \rho, \sigma, \lambda$  (電磁気 I: 静電気)  
 $\vec{B}, \vec{H}, \vec{M}, \vec{J}, \varphi, \Phi, \mu, \mu_0, \mu_r,$  (電磁気 II: 静磁気)  
 $\omega, f, c, n, \lambda, \vec{S}, \alpha, \beta, \gamma, k, Z_0, Z_w, \Gamma, \theta$  (電磁波: 高周波)

★ 公式集

変位電流

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \quad [\text{A/m}^2] \quad (1)$$

分極電流

$$\frac{\partial \vec{P}}{\partial t} = \epsilon_0 \chi_e \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad [\text{A/m}^2] \quad (2)$$

伝導電流

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad [\text{A/m}^2] \quad (3)$$

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad [\text{A}] \quad (4)$$

\*<sup>1</sup> 答え: (1)  $\epsilon_r \epsilon_0 \frac{\pi a^2}{d} V_m \sin \omega t$ , (2)  $\frac{\epsilon_r \epsilon_0}{d} V_m \sin \omega t$

\*<sup>2</sup> 答え:  $\frac{\omega Q_0}{S} \cos \omega t$  [A/m<sup>2</sup>]

\*<sup>3</sup> 答え:  $\frac{\omega Q_0 r}{2S} \cos \omega t$  [A/m]

\*<sup>4</sup> 答え:  $f = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon}$  [Hz],  $\tan \delta = \frac{\sigma}{\omega\epsilon}$

\*<sup>5</sup> 答え:  $J_d = \frac{Qv\{\rho^2 + 4(z-vt)^2\}^{\frac{3}{2}}}{4\pi\{\rho^2 + (z-vt)^2\}^2}$  [A/m<sup>2</sup>], where  $\rho^2 = x^2 + y^2$

\*<sup>6</sup> 答え:  $10^{-18}\omega$

\*<sup>7</sup> 答え:  $E = E_0 e^{j\omega t} J_0(\frac{\omega r}{c})$ , ただし,  $J_0(x)$  は零次のベッセル関数であり,  $J_0(x) = 1 - (\frac{x}{2})^2 + \frac{1}{2^2}(\frac{x}{2})^4 - \frac{1}{3^2}(\frac{x}{2})^6 + \dots$  で与えられる.

\*<sup>8</sup> 答え: 伝導電流, 分極電流, 磁化電流, 変位電流, それぞれの説明は略

\*<sup>9</sup> 答え:  $I = \frac{V}{R} = \frac{El}{R} = \frac{ES}{\rho} \rightarrow \frac{I}{S} = \frac{E}{\rho} \rightarrow J = \sigma E$

\*<sup>10</sup> 答え:  $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ , 磁化電流を考慮すると  $\rightarrow \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$ , 変位電流も考慮すると  $\rightarrow \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$

\*<sup>11</sup> 答え: 電圧 [V], 電流 [A], 電力 [W], 仕事 [J], 抵抗 [ $\Omega$ ], コンダクタンス [S], キャパシタンス [F], インダクタンス [H], インピーダンス [ $\Omega$ ], アドミタンス [S], リアクタンス [ $\Omega$ ], サセプタンス [S], 電荷 [C], 電界 [V/m]=[N/C], 電束密度 [C/m<sup>2</sup>], 分極 [C/m<sup>2</sup>], 誘電率 [F/m], 真空の誘電率 [F/m], 比誘電率 [無次元], 電荷密度 [C/m<sup>3</sup>], 面電荷密度 [C/m<sup>2</sup>], 線電荷密度 [C/m], 磁束密度 [T], 磁界 [A/m], 磁化 [A/m], 電流密度 [A/m<sup>2</sup>], 磁束鎖交数 [Wb], 磁束 [Wb], 透磁率 [H/m], 真空の透磁率 [H/m], 比透磁率 [無次元], 角周波数 [rad/s], 周波数 [Hz], 光速 [m/s], 波長 [m], ポインティングベクトル [W/m<sup>2</sup>], 減衰定数 [Np/m], 位相定数 [rad/m], 伝搬定数 [Np/m]+[rad/m], 波数 [rad/m], 特性インピーダンス [ $\Omega$ ], 波動インピーダンス [ $\Omega$ ], 反射係数 [無], 電気長または位相 [rad]