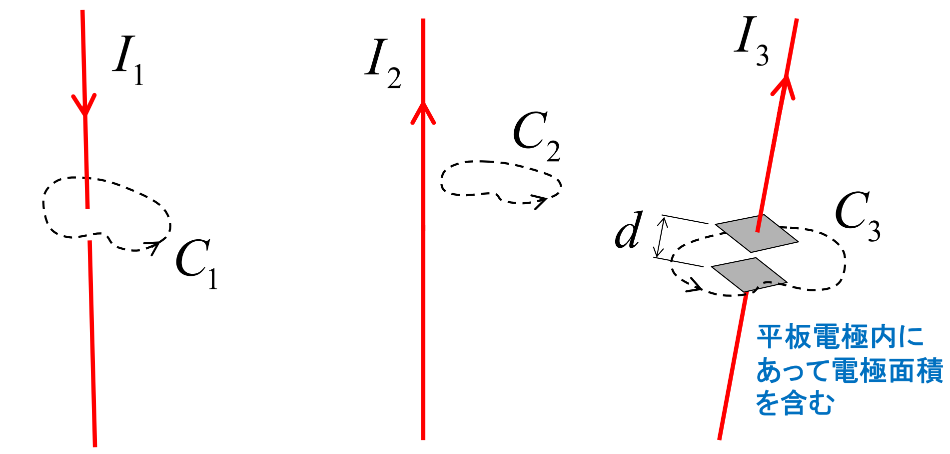
変位電流

1st 2011/04/22
Lst 2021/01/14

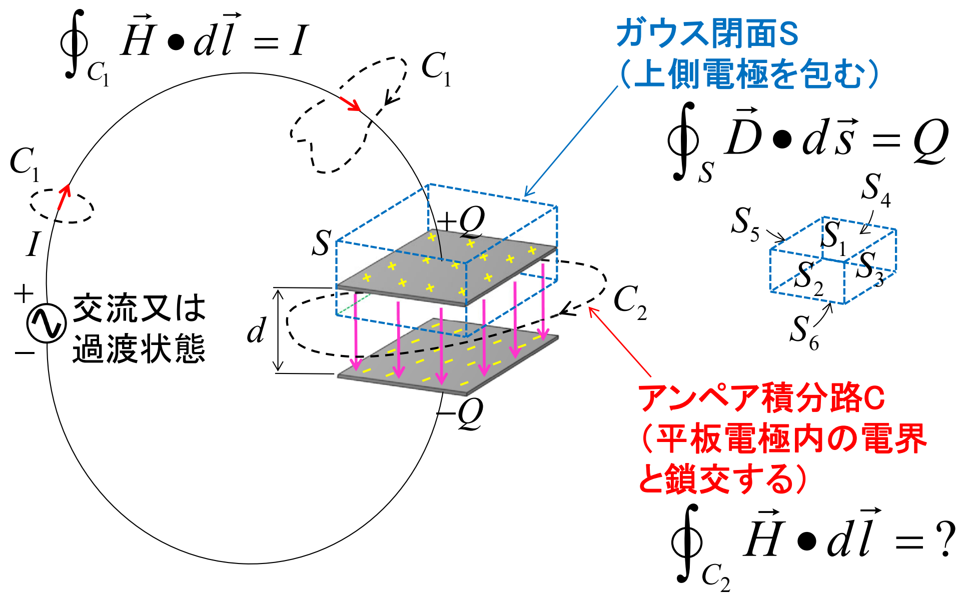
コンデンサ断面を含む積分路

次の場合、アンペアの法則はどうなるか？



$$\oint_{C_1} \vec{H} \bullet d\vec{l} = -I \qquad \oint_{C_2} \vec{H} \bullet d\vec{l} = 0 \qquad \oint_{C_3} \vec{H} \bullet d\vec{l} = \begin{cases} 0 & \text{(DC)} \\ ? & \text{(AC)} \end{cases}$$

輪抜けの手品



古賀先生, "理論とモデル," かがわEMC技術研究会講演資料, 2015

変位電流

ガウスの法則を時間 t で微分して

$$I = \underbrace{\frac{dQ}{dt}}_{\text{伝導電流 [A]}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{D} \bullet d\vec{s}}_{\text{変位電流（電束の時間変位）[A]}}$$

又は、

$$\int_S \underbrace{\vec{J}}_{\text{電流密度 [A/m}^2\text{]}} \bullet d\vec{s} = \int_S \underbrace{\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}_{\text{変位電流（密度）[A/m}^2\text{]}} \bullet d\vec{s}$$

電極に流入する伝導電流＝電極から流出する変位電流

電流の種類のまとめ

学習科目名（章）

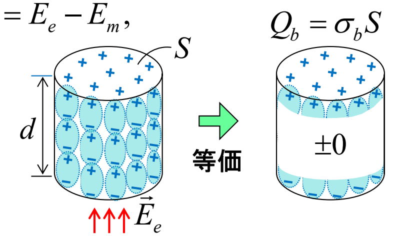
- 電流 current
  - 伝導電流 conduction current → 電気回路／電子回路
  - 分極電流 Polarization current → 電磁気Ⅰ（誘電体）
  - 磁化電流 magnetization current → 電磁気Ⅱ（磁性体）
  - 変位電流 displacement current → 電磁気Ⅱ（変動電場） 電磁波

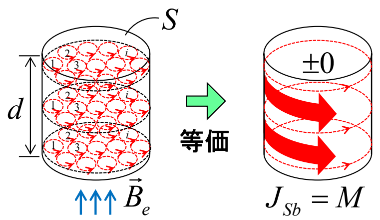
電流の種類

伝導電流 conduction current	【電気回路・電子回路に出てくるのはこの伝導電流だけ】 $I = \dfrac{dQ}{dt}$ [A]　$\vec{J} = \sigma \vec{E}$ [A/m²] 電流密度 current density　（渦電流も eddy current）
分極電流 Polarization current	$\dfrac{\partial \vec{P}}{\partial t} = \dfrac{\partial \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}}{\partial t} = \varepsilon_0 \chi_e \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ [A/m²]　$\varepsilon_0 \chi_e$ 分極率（電気感受率）
磁化電流 magnetization current	$\vec{M} \times \hat{n} = \chi_m \vec{H} \times \hat{n}$ [A/m]　χ_m 磁化率（磁気感受率）
変位電流 displacement current	$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ [C/m²] の両辺を時間微分すると $\dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \underbrace{\varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}}_{\text{真空中の変位電流}} + \underbrace{\dfrac{\partial \vec{P}}{\partial t}}_{\text{分極電流}}$ [A/m²]　真空中の変位電流 displacement current in vacuum　分極電流 polarization current

分極と磁化のまとめ

電界 [V/m]	(1)	$\vec{E} = \dfrac{1}{\varepsilon_0}(\vec{D} - \vec{P}) = \dfrac{\vec{D}}{\varepsilon_0} - \dfrac{\vec{P}}{\varepsilon_0} = \vec{E}_e - \vec{E}_m,$
分極 [C/m²]	(2)	$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E},$
分極電荷 [C]	(3)	$Q_b = \sigma_b S = \oint_S \vec{P} \bullet d\vec{s}$
電束密度 [C/m²]	(4)	$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P},$
	(5)	$\vec{D} = \varepsilon_0(\vec{E} + \chi_e \vec{E}) = \varepsilon_0(1 + \chi_e)\vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E},$
磁束密度 [T]	(6)	$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = \vec{B}_e + \vec{B}_m,$
	(7)	$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \chi_m \vec{H}) = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H},$
磁化 [A/m]	(8)	$\vec{M} = \chi_m \vec{H},$
磁荷 [Am]	(9)	$Q_m = \sigma_m S = MS$
磁界 [A/m]	(10)	$\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M},$





電磁気学単位系のまとめ

【演習】次の物理量の名称と単位を答えよ。

Q	電荷 [C]	MS	磁荷 [Am]	V	電圧 [V]	W	電力量 [Wh] or [J]
$\vec{E}$	電界 [V/m] or [N/C]	$\vec{B}$	磁束密度 [T]	I	電流 [A]	R	抵抗 [Ω]
$\vec{D}$	電束密度 [C/m²]	$\vec{H}$	磁界 [A/m]	P	電力 [W]	G	コンダクタンス [S]
$\vec{P}$	分極 [C/m²]	$\vec{M}$	磁化 [A/m]	ρ	抵抗率 [Ω・m] 電荷密度 [C/m³]	C	キャパシタンス [F]
ε	誘電率 [F/m]	μ	透磁率 [H/m]	σ	導電率 [S/m] 面電荷密度 [C/m²]	L	インダクタンス [H]
ε_r	比誘電率 [無]	μ_r	比透磁率 [無]	λ	波長 [m] 線電荷密度 [C/m]	Z	インピーダンス [Ω]
$\vec{J}$	電流密度 [A/m²]	Φ	磁束 [Wb]	ω	角周波数 [rad/s]	Y	アドミタンス [S]
c	光速 [m/s]	φ	磁束鎖交数 [Wb]	f	周波数 [Hz]	X	リアクタンス [Ω]
γ	伝搬定数	α	減衰定数 [Np/m]	θ	位相角 [rad] 電気長 [rad]	B	サセプタンス [S]
k	波数 [rad/m]	β	位相定数 [rad/m]	$\vec{S}$	ポインティング ベクトル [W/m²]	Γ	反射係数 [無]

真空中のアンペアの法則（復習）

【プロトタイプ版】

積分路が閉じていることを示す記号

積分路上の磁束密度

積分路を構成する微小線素

真空の透磁率 $4\pi\mathrm{x}10^{-7}$

$$\oint_C \vec{B}\bullet d\vec{l} = \mu_0 I$$

内積記号

積分が積分路Cに沿った線積分であること示す記号

積分路内部に含まれる電流（右ねじ方向が正）

[Wb/m^2] × [m] = [H/m] × [A]

磁性体版アンペアの法則（復習）

【上位互換版】

積分路が閉じていることを示す記号

積分路上の磁界ベクトル

積分路を構成する微小線素ベクトル

磁化電流を含む

$$\oint_C \vec{H}\bullet d\vec{l} = I$$

内積記号

積分が積分路Cに沿った線積分であること示す記号

積分路内部に含まれる電流（右ねじ方向が正）

[A/m] × [m] = [A]

磁性体版アンペアの法則の拡張

【最上位互換版】

積分路が閉じていることを示す記号

積分路上の磁界ベクトル

磁化電流を含む

積分路を構成する微小線素ベクトル

積分路内部に含まれる変位電流（右ねじ方向が正）

分極電流を含む

$$\oint_C \vec{H}\bullet d\vec{l} = I + \underbrace{\int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\bullet d\vec{s}}_{\text{変位電流を含む}}$$

内積記号

積分が積分路Cに沿った線積分であること示す記号

積分路内部に含まれる伝導電流（右ねじ方向が正）

[A] = [A/m] × [m] = [A] + [C/m^2] × [m^2] ÷ [s]

この法則を別名：アンペア−マクスウェルの法則と呼び、現在では19世紀における最大の科学的発見と言われている。

保存場の性質（復習）

【プロトタイプ版】

積分路が閉じていることを示す記号

電界 [V/m] or [N/C]

積分路を構成する微小線素

$$\oint_C \underbrace{\vec{E}\bullet d\vec{l}}_{\text{仕事}} = 0$$

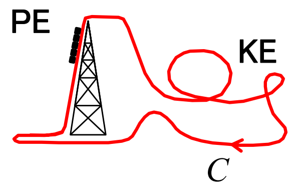
内積記号

仕事 $\left\{\begin{array}{l}\text{した仕事（発）}\\ \text{される仕事（受）}\end{array}\right.$

積分が積分路Cに沿った線積分であること示す記号

[V/m] × [m] = [J/C]

[N/C] × [m] = [J/C]



別名：エネルギー保存の法則

位置エネルギー（ポテンシャルエネルギー）が運動エネルギー（電荷の加速）に変化するだけ

ファラデーの法則(復習)

起電力　変化を妨げる向き　磁束鎖交数

$$e = -\frac{d\varphi}{dt}$$

時間

[V] = [Wb] ÷ [s]

ファラデーの法則(復習)

【最上位互換版】

$$\oint_C \vec{E}\bullet d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B}\bullet d\vec{s}$$

積分路が閉じていることを示す記号

電界

積分路を構成する微小線素

磁束密度

積分路を構成する微小面素

内積記号

内積記号

積分が積分路Cに沿った線積分であること示す記号

時間(偏)微分

積分が<u>左辺積分路Cの内側に囲まれた開いた面積分</u>であること示す記号

[V] = [V/m] × [m] = [Wb/m²] × [m²] ÷ [s]

電気エネルギーが磁界のエネルギーに変換されているので、保存場の性質は成り立たない

電磁気学法則間の上位互換性

電磁界の基本方程式(マクスウェルの方程式)最上位バージョン※

$$\oint_C \vec{E}\bullet d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\bullet d\vec{s}$$

ファラデーの法則

$$\oint_C \vec{H}\bullet d\vec{l} = \int_S \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\bullet d\vec{s}$$

アンペア-マクスウェルの法則

$$\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\bullet d\vec{s}$$

変位磁束

一般化(拡張)

$$\oint_S \vec{B}\bullet d\vec{s} = 0$$

磁気ガウスの法則

一般化(拡張)

$$\int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\bullet d\vec{s}$$

変位電流

静電界の基本方程式

$$\oint_C \vec{E}\bullet d\vec{l} = 0$$

保存場の性質(エネルギー保存則)

$$\oint_S \vec{D}\bullet d\vec{s} = Q$$

ガウスの法則

$$\oint_C \vec{H}\bullet d\vec{l} = I$$

アンペアの法則

静磁界の基本方程式

一般化(変形)

一般化(変形)

上位互換とは・・・Windows XPで動くソフトウェアは、Windows 7でも使えるイメージ

$$\vec{F}_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2}\hat{r}$$

クーロンの法則

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$

ビオ-サバールの法則

※ 上位の法則に行くほど、より一般化されて抽象的になるため難しくなるが、様々な応用ができるようになる。逆に、下位の法則ほど具体的で簡単だが、そのままでは応用されにくい。

コンデンサ内部の磁界分布

【例題】面積S [m²]の円形平行板コンデンサがある。円板上の電荷Q=Q₀sinωt [C]が極板上に一様分布するとして、コンデンサ内部の磁界を求めよ。(教科書, 例題10.1, 例題10.2)

【解答】上側電極を包む円筒形のガウス閉面を考えると

$$\oint_S \vec{D}\bullet d\vec{s} = Q_0\sin\omega t \qquad (1)$$

$$\Rightarrow DS = Q_0\sin\omega t$$

$$\Rightarrow D = \frac{Q_0}{S}\sin\omega t \quad [\mathrm{C/m^2}] \qquad (2)$$

アンペア-マクスウェルの法則より、半径rの円周上に積分路Cを取ると

$$\oint_C \vec{H}\bullet d\vec{l} = I + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\bullet d\vec{s} \qquad (3)$$

$$\Rightarrow H2\pi r = 0 + \underbrace{\int_S \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{Q_0}{S}\sin\omega t\right)ds}_{\text{変位電流}}$$

$$\Rightarrow H2\pi r = \int_S \frac{\omega Q_0}{S}\cos\omega t\,ds \qquad (4)$$

右辺の<u>面積分Sは、左辺の積分路Cの内側の面積πr²に等しいことに注意</u>して

$$\Rightarrow H2\pi r = \frac{\omega Q_0}{S}\cos\omega t\,\boxed{\pi r^2} \qquad (5)$$

$$\therefore H = \frac{\omega Q_0 r}{2S}\cos\omega t \quad [\mathrm{A/m}] \qquad (6)$$