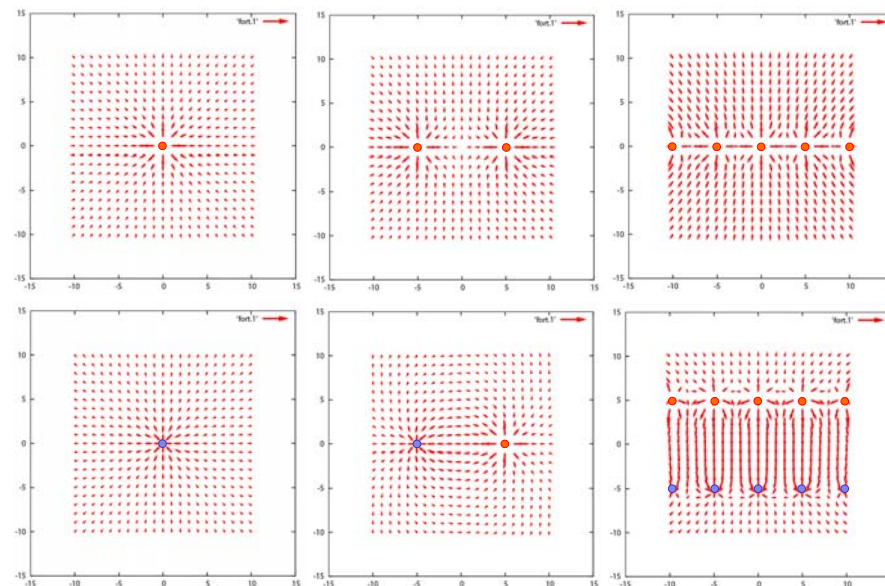


電気力線の描画

1st. 2016/04/14

Lst. 2020/11/07

点電荷が作る電界ベクトル



電気力線の定義

Electric line of force

1. 電気力線は正電荷から始まり(出発)、負電荷で終わる。もしも、単独の種類電荷だけならば、電気力線は無限遠で始まるか終わる。
2. 電気力線は正電荷に働く力の方向を示している。即ち、電界の方向を示している。矢印は力(電界)の方向を示すのに役立っている。
3. 電気力線は仮想的な線であり、その目的は電界の視覚化である。
4. 電気力線の密度[本数/m²]は、電界Eの強さEで定義される。即ち、断面積S[m²]を貫く電気力線の本数はN=ESで与えられる。

電気力線の本数を求める問題

【例題】半径3 m の球表面の電界が、外向きに一律に2 V/m であるとき、(1)この球面を通る電気力線の本数を求めよ。ただし、電気力線の密度=電界の垂直成分と定義する。(2)球の中心にある電荷はいくらか。

【解答】

(1) 電気力線の定義より

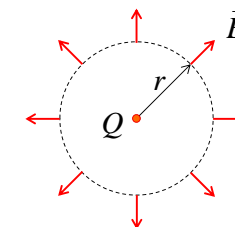
$$N = ES = 2(4\pi r^2) = 2(4\pi 3^2) = 72\pi = 226.2$$

(2) 点電荷が作る電界の式より

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

これをQについて解くと

$$Q = 4\pi\epsilon_0 r^2 E = \frac{1}{9 \times 10^9} 3^2 (2) = 2 \times 10^{-9}$$



電気力線の描画

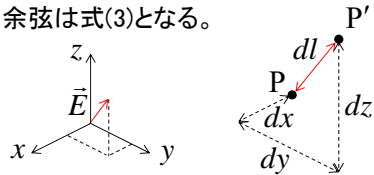
【演習】電気力線上の任意の点 $P(x, y, z)$ に電気力線に沿って線素 dl をとったとき、電気力線の方程式は式(1)となることを導け。また、電気力線の方程式を用いて電気力線を作図する方法について考察せよ。ただし、 dx, dy, dz は、それぞれ dl の x, y, z 成分である。(大貫, 安達, “演習電磁気学【新装版】” p.90, 森北出版)

$$\frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y} = \frac{dz}{E_z} \quad (1)$$

【解答】電界ベクトルを式(2)とすると、各方向余弦は式(3)となる。

$$\vec{E} = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} + E_z \hat{z} \quad (2)$$

$$\frac{E_x}{E} = \frac{dx}{dl}, \frac{E_y}{E} = \frac{dy}{dl}, \frac{E_z}{E} = \frac{dz}{dl}, \quad (3)$$

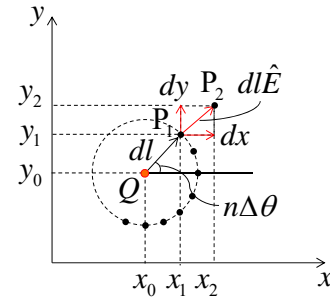


式(3)を変形して dl/E を求めると式(1)となる。また、 $P(x, y, z)$ から微小距離移動した点を $P'(x', y', z')$ とすると、式(4)となるから $P(x, y, z)$ と $P'(x', y', z')$ を結ぶ軌跡を描けば電気力線となる。

$P(x, y, z)$ 始点
 $P'(x', y', z')$ 終点

$$x' = x + dx = x + \frac{E_x}{E} dl, y' = y + dy = y + \frac{E_y}{E} dl, z' = z + dz = z + \frac{E_z}{E} dl \quad (4)$$

電気力線の描画方法



$$x_1 = x_0 + dx = x_0 + dl \cos(n\Delta\theta) \quad (1)$$

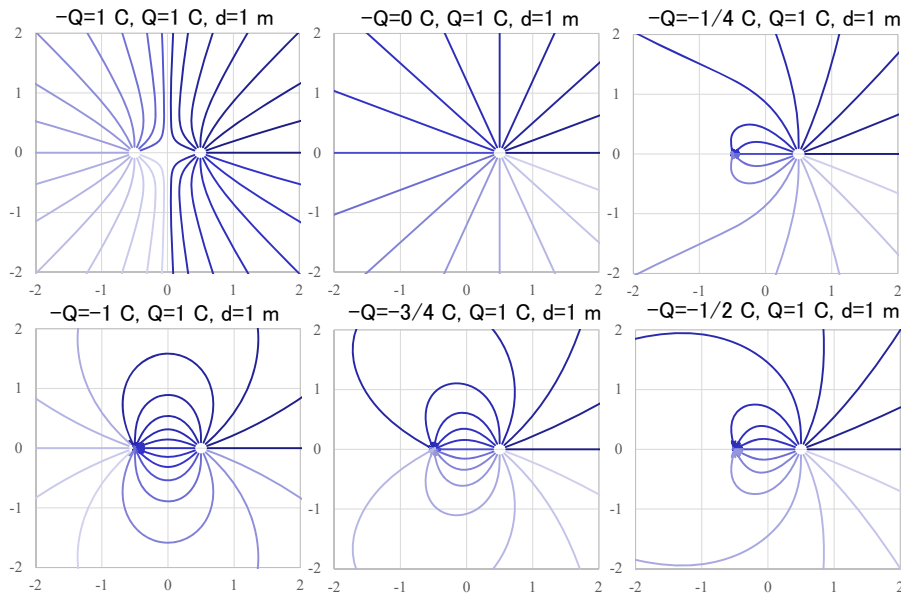
$$y_1 = y_0 + dy = y_0 + dl \sin(n\Delta\theta) \quad (2)$$

$$x_2 = x_1 + dx = x_1 + \frac{E_x}{E} dl \quad (3)$$

$$y_2 = y_1 + dy = y_1 + \frac{E_y}{E} dl \quad (4)$$

点電荷 $Q[C]$ の座標を $P(x_0, y_0)$ とする。最初の点 $P_1(x_1, y_1)$ は特異点(分母がゼロとなって発散する点)である P 点を選ばず計算するため、式(1)と式(2)のように半径 dl の円周上にとる。例えば、 $dl=0.1$ m で $\Delta\theta = \pi/8$ とすると、 $P(x_0, y_0)$ を中心として16方位に等間隔の始点 P_1 が作られる。そして、式(3)と式(4)に従って P_2 の座標が決まる。16方位毎に P_1 と P_2 の軌跡をプロットすれば電気力線が求まる。式(3)と式(4)は関数の傾きを使って次の点を直線で推定し、順次接続する方法なので、常微分方程式の数値解法であるオイラー法と似ている。即ち、刻み幅 dl によって描画精度が変わることに注意が必要である。

電気力線の描画例1



電気力線の描画例2

