応用電磁気学課題レポート

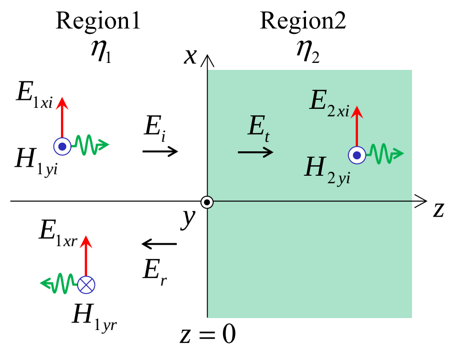
電磁界分布の計算

1st. 2018/07/23

Lst. 2021/05/13

応用問題10.6

【演習】平面波がz=0面に置かれた完全導体に垂直入射するとき，z <0の電磁界を求めよ。ただし、$E_{ix}=E_i\cos(\omega t-k_0 z)$, $k_0=\omega\sqrt{(\mu_0\varepsilon_0)}$



【領域1】入射・反射電磁界

$$\begin{cases} E_{1x} = E_i e^{-jk_1 z} + \boxed{E_r} e^{jk_1 z} \\ H_{1y} = \dfrac{1}{\eta_1}(E_i e^{-jk_1 z} - \boxed{E_r} e^{jk_1 z}) \end{cases}$$

【領域2】透過電磁界

$$\begin{cases} E_{2x} = \boxed{E_t} e^{-jk_2 z} \\ H_{2y} = \dfrac{1}{\eta_2}\boxed{E_t} e^{-jk_2 z} \end{cases}$$

未知数合計 2個 E_r, E_t

境界条件

$$\begin{cases} E_{1x}\,|_{z=0} = E_{2x}\,|_{z=0} \\ H_{1y}\,|_{z=0} = H_{2y}\,|_{z=0} \end{cases}$$

条件方程式2個

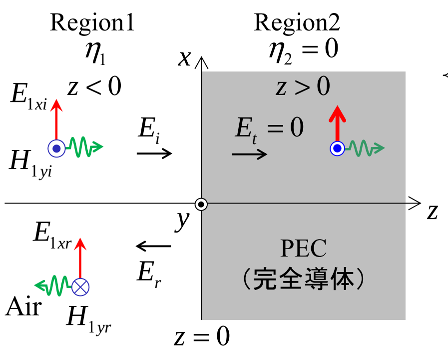
$E_{1t}=E_{2t}$,

$H_{1t}=H_{2t}$

大貫，安達，"演習電気磁気学【新装版】," p.90, 森北出版

応用問題10.8

【演習】平面波がz=0面に置かれた完全導体に垂直入射したとき，z <0の領域の電磁界を求めよ。ただし，入射電界は E = Acos(ωt−kz) とする。



※Perfect Electric Conductor (PEC)

- i : Incident wave
- r : Reflected wave
- t : Transmitted wave
- PEC : Perfect Electric Conductor

Incident wave

$$E_x^i = A\cos(\omega t - kz) \begin{cases} = A\cos\left[\omega\left(t-\dfrac{k}{\omega}z\right)\right] & f\left(t-\dfrac{z}{v}\right)\text{の形} \\ = A\cos\left[-k(z-vt)\right] & f(z-vt)\text{の形} \end{cases}$$

$$H_y^i = \frac{A}{Z_1}\cos(\omega t - kz)$$

$$A = \sqrt{2}E_0$$

波動方程式の解

大貫，安達，"演習電気磁気学【新装版】," p.91, 森北出版

課題

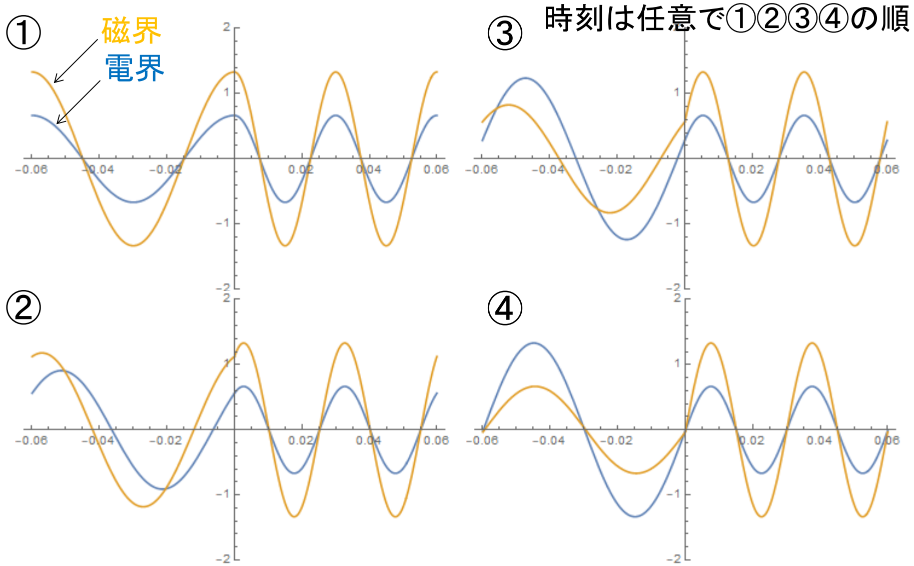
1. 演習書応用問題10.6において，z軸上の電磁界をプロットせよ。ただし，z>0の領域の媒質定数を$\varepsilon_r=4$, $\mu_r=1$とし，周波数5 GHzにおいてzは－2λから+2λの範囲とせよ。なお，時刻は任意の瞬時値に加えて，包絡線の値を示すこと。
2. 演習書応用問題10.8において，z軸上の電磁界をプロットせよ。ただし，周波数5 GHzにおいてzは－2λから+2λの範囲とせよ。なお，時刻は任意の瞬時値に加えて，包絡線の値を示すこと。

提出方法：PDFで1枚以内（グラフの手書きは不可）

学生同士の相談は推奨します。

計算結果1

時刻は任意で①②③④の順

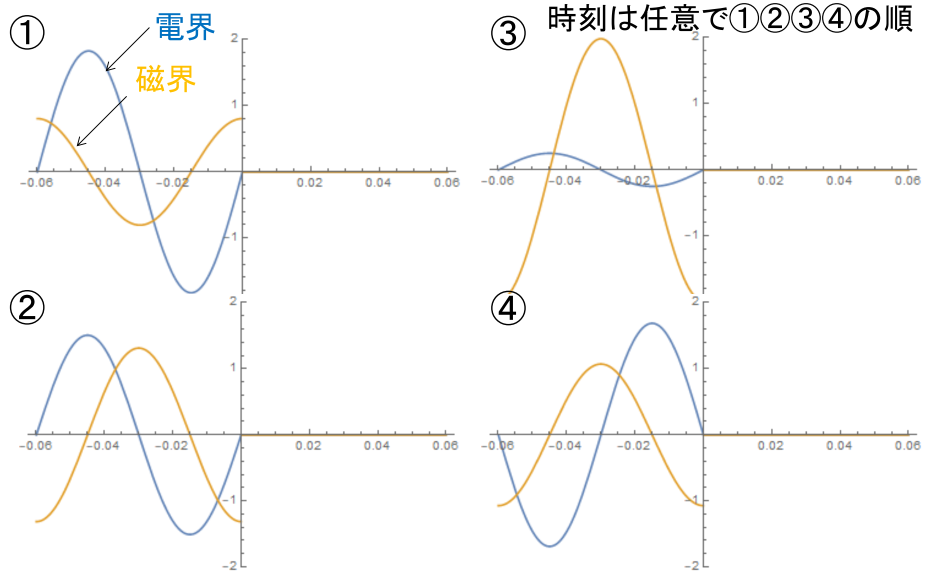


※ 磁界はη_0倍して表示している

Mathematica v11.1

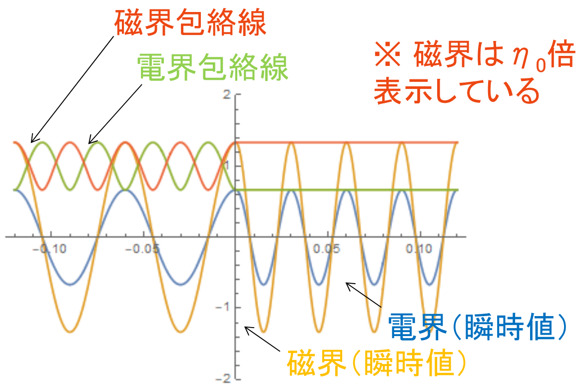
計算結果2

時刻は任意で①②③④の順



Mathematica v11.1

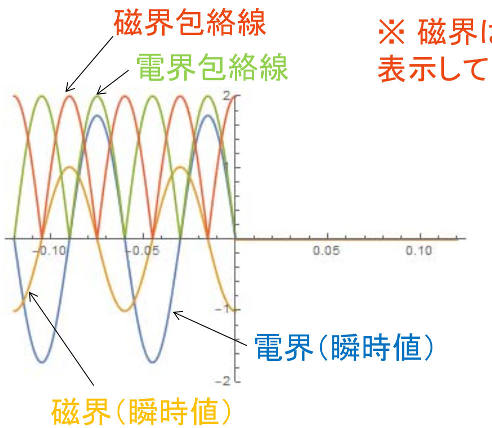
計算結果1



※ 磁界はη_0倍して表示している

Mathematica v11.1

計算結果2



※ 磁界はη_0倍して表示している

Mathematica v11.1

電界包絡線の計算式

$$E_x^I = E_x^i + E_x^r = \cos(\omega t - k_1 x) + R\cos(\omega t + k_1 x)$$
$$= e^{j\omega t}e^{-jk_1 x} + Re^{j\omega t}e^{jk_1 x} = \left(e^{-jk_1 x} + Re^{jk_1 x}\right)e^{j\omega t}$$

$$\left|E_x^I\right| = \left|E_x^i + E_x^r\right| = \left|e^{-jk_1 x} + Re^{jk_1 x}\right|$$
$$= \left|\cos k_1 x - j\sin k_1 x + R(\cos k_1 x + j\sin k_1 x)\right|$$
$$= \left|(1+R)\cos k_1 x - j(1-R)\sin k_1 x\right|$$
$$= \sqrt{\left\{(1+R)\cos k_1 x\right\}^2 + \left\{(1-R)\sin k_1 x\right\}^2}$$

$$E_x^{II} = E_x^t = T\cos(\omega t - k_2 x)$$
$$= Te^{j\omega t}e^{-jk_2 x} = \left(Te^{-jk_2 x}\right)e^{j\omega t}$$
$$\left|E_x^t\right| = \left|T\right|$$

磁界包絡線の計算式

$$H_y^I = H_y^i + H_y^r = \left\{\cos(\omega t - k_1 x) - R\cos(\omega t + k_1 x)\right\}/\eta_2$$
$$= \left(e^{j\omega t}e^{-jk_1 x} - Re^{j\omega t}e^{jk_1 x}\right)/\eta_2 = \left(e^{-jk_1 x} - Re^{jk_1 x}\right)e^{j\omega t}/\eta_2$$

$$\left|H_y^I\right| = \left|H_y^i + H_y^r\right| = \left|e^{-jk_1 x} - Re^{jk_1 x}\right|/\eta_2$$
$$= \left|\cos k_1 x - j\sin k_1 x - R(\cos k_1 x + j\sin k_1 x)\right|/\eta_2$$
$$= \left|(1-R)\cos k_1 x - j(1+R)\sin k_1 x\right|/\eta_2$$
$$= \sqrt{\left\{(1-R)\cos k_1 x\right\}^2 + \left\{(1+R)\sin k_1 x\right\}^2}/\eta_2$$

$$H_y^{II} = H_y^t = T\cos(\omega t - kx)/\eta_2$$
$$= Te^{j\omega t}e^{-jk_2 x}/\eta_2 = \left(Te^{-jk_2 x}\right)e^{j\omega t}/\eta_2$$
$$\left|H_y^{II}\right| = \left|H_y^t\right| = \left|T/\eta_2\right|$$

ソースコード1の例

```
μ0=4*Pi*10^(-7);
ε0=8.854*10^(-12);
εr=4;
μr=1;
ε=ε0*εr;
μ=μ0*μr;
c=1/Sqrt[μ0*ε0];
Zw1=Sqrt[μ0/ε0];
Zw2=Sqrt[μ/ε];
freq=5*10^9;
ω=2*Pi*freq;
k1=ω*Sqrt[μ0*ε0];
k2=ω*Sqrt[μ*ε];
λ=c/freq;
T=(2*Zw2)/(Zw1+Zw2);
R=(Zw2-Zw1)/(Zw2+Zw1);
ex[x_,t_]:=Piecewise[{{Cos[ω*t-k1*x]+R*Cos[ω*t+k1*x],x<0},{T*Cos[ω*t-k2*x],x>0}}]
hy[x_,t_]:=Piecewise[{{1/Zw1*(Cos[ω*t-k1*x]-R*Cos[ω*t+k1*x]),x<0},{1/Zw2*T*Cos[ω*t-k2*x],x>0}}]
Manipulate[
 Plot[{ex[x,t],hy[x,t]*Zw1},{x,-2*λ,2*λ},PlotRange->{-2,2}],
 {t,0,1/freq}]
```


ソースコード2の例

```
μ0=4*Pi*10^(-7);
ε0=8.854*10^(-12);
c=1/Sqrt[μ0*ε0];
Zw=Sqrt[μ0/ε0];
freq=5*10^9;
ω=2*Pi*freq;
k=ω*Sqrt[μ0*ε0];
λ=c/freq;
ex[x_,t_]:=Piecewise[{{2*Sin[k*x]*Sin[ω*t],x<0},{0,x>0}}]
hy[x_,t_]:=Piecewise[{{1/Zw*2*Cos[k*x]*Cos[ω*t],x<0},{0,x>0}}]
Manipulate[
 Plot[{ex[x,t],hy[x,t]*Zw},{x,-2*λ,2*λ},PlotRange->{-2,2}],
 {t,0,1/freq}]
```